République Tunisienne
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2026

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
المناظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2026

AVIS IMPORTANT AUX CANDIDATS

Ce cahier d'examen est **strictement personnel**. Il ne doit comporter aucun signe distinctif.
Les réponses doivent être rédigées en **noir** ou en **bleu**.
Le **non respect** de l'une de ces recommandations peut conduire à l'attribution de la note **ZERO** à la copie.

Case à cocher si le candidat est absent

CONCOURS : **Technologie**

EPREUVE DE : **Systèmes techniques automatisés**

DATE :**04-06-2026 à 8 H 00** DURÉE : **3 HEURES**

NE RIEN ÉCRIRE ICI

NOM : .....

PRÉNOM : .....

DATE DE NAISSANCE : .....

N° de C.I.N/PASSEPORT pour les étrangers : .....

SÉRIE : .....

IDENTIFIANT : .....

Signature des enseignants	

Signature du candidat

Partie Mécanique des solides indéformables : Etude du convoyeur à pas

A.I. Géométrie des masses

A.1. Justifier que la forme de la matrice d'inertie de chacun des balanciers (2) et (5) dans la base $\mathcal{B}_2$ est de la forme :

$$[I_O(2)] = [I_C(5)] = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$$

A.2. Prouver que le centre de masse G_5 du balancier (5) est porté par l'axe $(C, \vec{x}_2)$.

<u>On donne</u> la position du centre de masse G_{52} du solide (52) dans le repère $(K', \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.

$$\overrightarrow{K'G_{52}} = \frac{4r_c}{3\pi}\vec{x}_2$$

A.3. Déterminer la position du centre de masse G_{52} du solide (52) dans le repère $(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.

$\overrightarrow{CG_{52}}$=.....

A.4. En déduire la position du centre de masse G_5 du balancier (5) dans le repère $(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ en fonction de a, b et r_c.

$\overrightarrow{CG_5}$=.....

NE RIEN ÉCRIRE ICI

A.5. Donner les matrices d'inertie des solides **(51) et (52)** respectivement aux point **C** et **K'** dans la base $\mathcal{B}_2$: $[\mathbf{I_C(51)}]$ et $[\mathbf{I_{K'}(52)}]$ en fonction des données géométriques des pièces.

$$\left[\mathrm{I_C}(51)\right]_{B_2} = \frac{m_{51}}{12}\begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}_{B_2}$$

$$\left[\mathrm{I_{K'}}(52)\right]_{B_2} = m_{52}\begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}_{B_2}$$

A.6. En déduire la matrice d'inertie du solide **(52)** au point $\mathbf{G_{52}}$ dans la base $\mathcal{B}_2$: $\left[\mathbf{I_{G_{52}}(52)}\right]$.

$$\left[\mathrm{I_{G_{52}}}(52)\right]_{B_2} = m_{52}\begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}_{B_2}$$

A.7. Calculer le moment d'inertie, $\mathbf{C_{52}}$, du solide **(52)** par rapport à l'axe $(\mathbf{C}, \vec{\mathbf{z}}_0)$.

$\mathbf{C_{52}}$= .....

NE RIEN ÉCRIRE ICI

A.8. En déduire le moment d'inertie **C** du solide **(5)** par rapport à l'axe $(C, \vec{z}_0)$.

C =.....

Dans la suite du problème on considère : $\overrightarrow{OG_2} = \overrightarrow{CG_5} = c\,\vec{x}_2$

A.II. Etude cinématique

A.9. Déterminer la vitesse de glissement au point **I** appartenant à **(2')** par rapport à **(1)** dans la base $\mathcal{B}_0$: $\vec{V}(I \in 2'/1)$.

$\vec{V}(I \in 2'/1)$=.....

A.10. Appliquer la condition de non glissement au point I et donner une relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\theta}$.

.....=.....

A.11. Déterminer le torseur cinématique du solide **(2)** dans son mouvement par rapport au bâti **(0)** au point **O** dans la base $\mathcal{B}_0$ et le torseur cinématique du solide **(5)** dans son mouvement par rapport au bâti **(0)** au point **C** dans la base $\mathcal{B}_0$.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\}_O = \left\{ \begin{matrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \right\}_O^{B_0} \qquad \{\mathcal{V}(5/0)\}_C = \left\{ \begin{matrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \right\}_C^{B_0}$$

A.12. Déterminer le torseur cinématique du solide **(2)** dans son mouvement par rapport au bâti **(0)** au point **G2** dans la base $\mathcal{B}_0$.

$$\left\{ v_{(2/0)} \right\}_{G_2} = \left\{ \begin{matrix} \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{matrix} \right\}_{G_2}^{B_0}$$

A.13. En déduire le torseur cinématique du solide (**5**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**) au point **G5** dans la base $\mathcal{B}_0$.

$$\left\{v_{(5/0)}\right\}_{G_5} = \left\{\begin{matrix} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{matrix}\right\}_{G_5}^{B_0}$$

A.14. Déterminer le vecteur vitesse du point **A** du solide (**2**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**) en fonction de $\boldsymbol{\theta}$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$, $\boldsymbol{\alpha}$ et **e** dans la base $\mathcal{B}_0$.

$\vec{V}(A \in 2/0)$=.....

A.15. En déduire le vecteur vitesse du point **A** du solide (**3**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**) dans la base $\mathcal{B}_0$.

$\vec{V}(A \in 3/0)$=.....

On vise identifier la nature du mouvement du solide (**3**) par rapport au bâti (**0**) :

A.16. Ecrire les conditions cinématiques aux points **A** et **B** et **montrer que** les vitesses $\vec{V}(A \in 3/0)$ et $\vec{V}(B \in 3/0)$ sont égales.

A.17. En déduire la vitesse angulaire $\vec{\Omega}(3/0)$. **Déterminer** le torseur cinématique du solide (**3**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**) au point **G3** dans la base $\mathcal{B}_0$. **Donner** sa nature de mouvement.

$$\left\{v_{(3/0)}\right\}_{G_3} = \left\{\begin{matrix} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{matrix}\right\}_{G_3}^{B_0}$$

Nature du mouvement de (3/0) : .....

NE RIEN ÉCRIRE ICI

A.III. Etude cinétique

A.18. Déterminer le torseur cinétique du solide **(2)** dans son mouvement par rapport au bâti **(0)** au point **O** dans la base $\mathcal{B}_0$.

$$\{C_{(2/0)}\}_O = \left\{ \begin{matrix} \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \end{matrix} \right\}_O^{B_0}$$

A.19. Déterminer le torseur cinétique du solide **(5)** dans son mouvement par rapport au bâti **(0)** au point **C** dans la base $\mathcal{B}_0$.

$$\{C_{(5/0)}\}_C = \left\{ \begin{matrix} \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \end{matrix} \right\}_C^{B_0}$$

A.20. Déterminer le torseur cinétique du solide **(3)** dans son mouvement par rapport au bâti **(0)** au point **G3** dans la base $\mathcal{B}_0$.

$$\{C_{(3/0)}\}_{G_3} = \left\{ \begin{matrix} \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \end{matrix} \right\}_{G_3}^{B_0}$$

A.21. Déterminer le torseur dynamique du solide **(3)** dans son mouvement par rapport au bâti **(0)** au point G_3 dans la base $\mathcal{B}_0$.

$$\left\{D_{(3/0)}\right\}_{G_3} = \left\{\begin{matrix} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \end{matrix}\right\}_{G_3}^{B_0}$$

A.22. Déterminer les énergies cinétique des solides **(1)**, **(E2)**, **(3)**, **(4)** et **(E5)** au cours de leurs mouvement par rapport au bâti **(0)** : $E_c(1/0)$, $E_c(E2/0)$, $E_c(3/0)$, $E_c(4/0)$ et $E_c(E5/0)$.

Document réponse

$E_c(1/0)$=.....	$E_c(E2/0)$= .....
$E_c(3/0)$=.....	$E_c(4/0)$=.....
$E_c(E5/0)$=.....	

A.IV. Etude dynamique & énergétique

Posons $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

A.23. Isoler Σ et faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées sur Σ, en donnant les torseurs des actions mécaniques extérieures correspondants en leurs points d'applications dans la base $\mathcal{B}_0$.

NE RIEN ÉCRIRE ICI

A.24. Déterminer la puissance développée par les efforts extérieurs appliqués sur le système $\mathbf{\Sigma}$ au cours de son mouvement par rapport au bâti (**0**).

$\mathcal{P}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = \cdots$ ……………………………………………………………………………

A.25. Déterminer la puissance développée par les efforts intérieurs appliqués au système **Σ** au cours de son mouvement par rapport au bâti **(0)**.

A.26. Par application du théorème de l'énergie cinétique au système **Σ** au cours de son mouvement par rapport au bâti **(0)**, **déduire** une relation entre le couple moteur $\mathbf{C_m}$ exercé par le moto-réducteur Mt3 en fonction de **m**, $\mathbf{m_3}$, $\boldsymbol{\theta}$, $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$, **F** et **C** et des constantes du système.

$\mathbf{C_m}$=.....

NE RIEN ÉCRIRE ICI

On se propose d'appliquer principe fondamental de la dynamique sur le solide (3).

A.27. Isoler (3) et **faire** le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées sur (3), **en donnant** les torseurs des actions mécaniques extérieures correspondants.

A.28. Appliquer le principe fondamental de la dynamique sur le solide (3) au point G_3 dans son mouvement par rapport au bâti (0). **Ecrire** les équations scalaires qui en découlent.

$$\Rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

NE RIEN ÉCRIRE ICI

Partie : Résistance des matériaux R.D.M

A .29. Ecrire le principe fondamental de la statique appliqué sur l'arbre (S) au point **A.**

A.30. Ecrire les équations scalaires qui découlent du PFS.

A.31. Calculer les composantes des éléments de réduction des torseurs d'actions mécaniques transmissibles par les liaisons aux points **A** et **B**.

$$\{\tau_A\}_A = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_A \qquad \{\tau_B\}_B = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_B$$

NE RIEN ÉCRIRE ICI

En assimilant l'arbre (S) à une poutre droite, **déterminer** les éléments de réduction du torseur de cohésion le long de la ligne moyenne de la poutre.

A.32. Zone 1 : $A \leq x \leq C$

$$\{\tau_{1cohésion}\}_G^{Zone1} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \end{Bmatrix}$$

Type de sollicitation=.....

A.33. Zone 2 : $C \leq x \leq B$

$$\{\tau_{2cohésion}\}_G^{Zone2} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \end{Bmatrix}$$

Type de sollicitation=.....

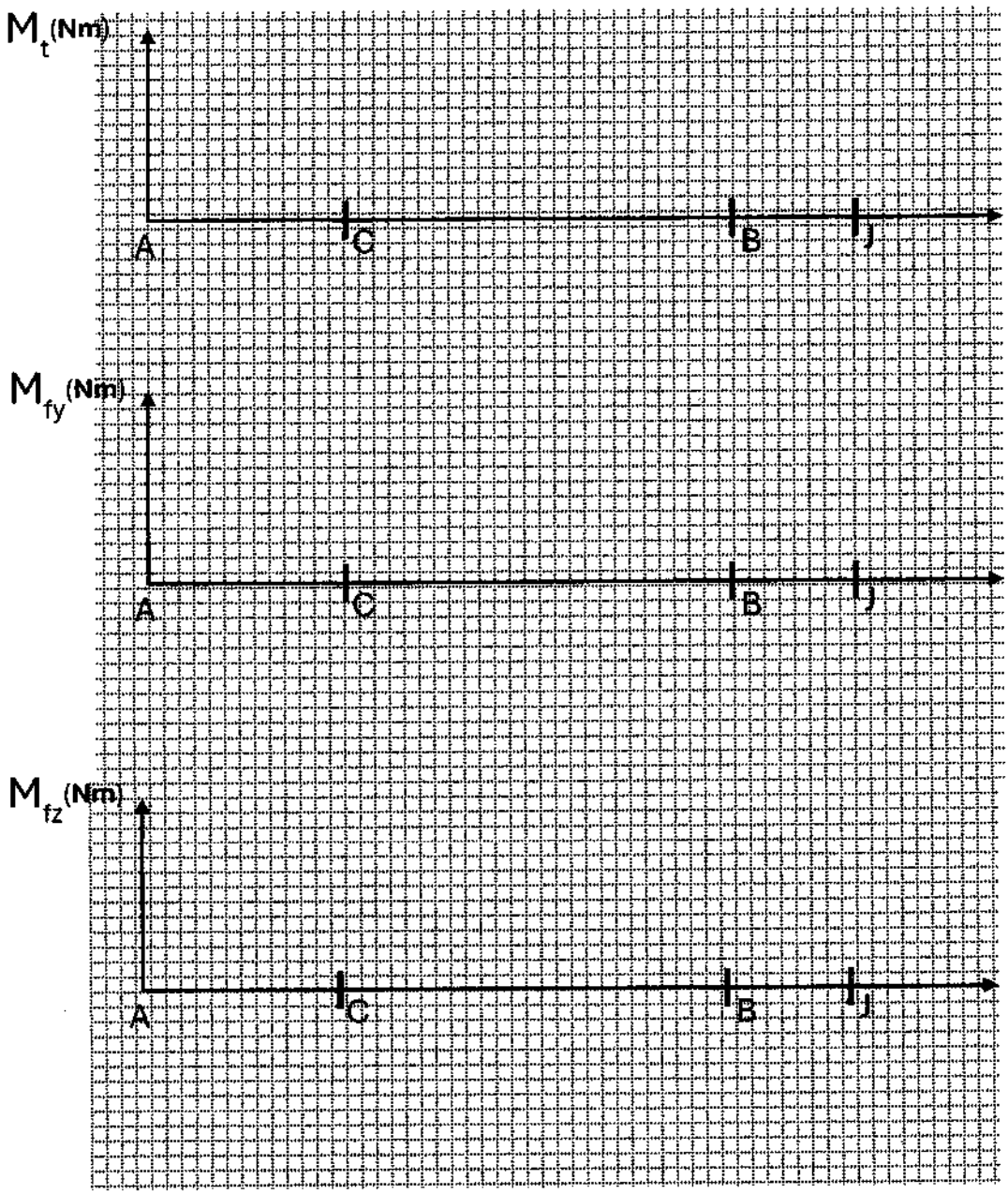
A.34. Zone 3 : $B \leq x \leq J$

$$\{\tau_{3cohésion}\}_G^{Zone3} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \end{Bmatrix}$$

Type de sollicitation=.....

NE RIEN ÉCRIRE ICI

A.35. Tracer les diagrammes des moments de cohésion.



A.36. L'arbre (S) est assimilé à une poutre droite cylindrique de section constante. **Déterminer** le diamètre de la poutre pour qu'elle résiste à la torsion. On donne la contrainte tangentielle admissible du matériau de la poutre Rpg = 80 MPa.

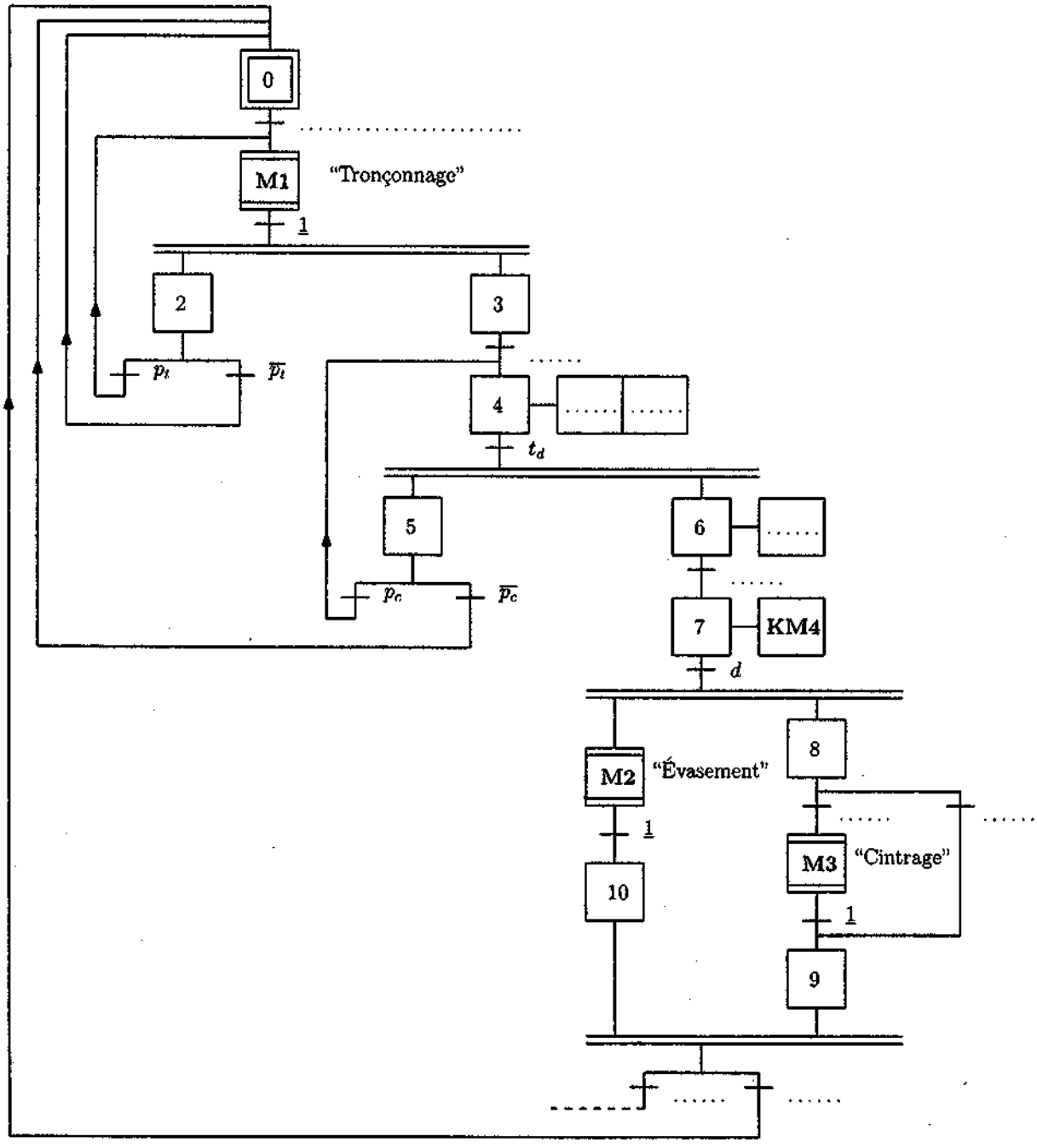
d ≥.....

Partie : Automatique

B-I. Étude séquentielle de la chaine de fabrication de clés démonte-roue

Cette section est consacrée à la conception d'un GRAFCET décrivant le fonctionnement global de la chaine de fabrication de clés démonte-roue par une succession d'opérations mécaniques coordonnées

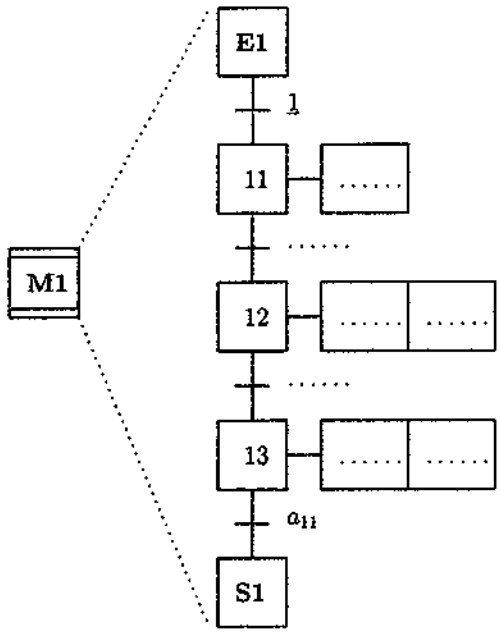
B.1. Compléter le GRAFCET de point de vue partie commande, décrivant le fonctionnement de la chaîne de fabrication des clés démonte-roue.



B.2. Compléter l'expansion de la macro-étape **M1**, décrivant le fonctionnement du poste de tronçonnage.

DOCUMENT REPONSE

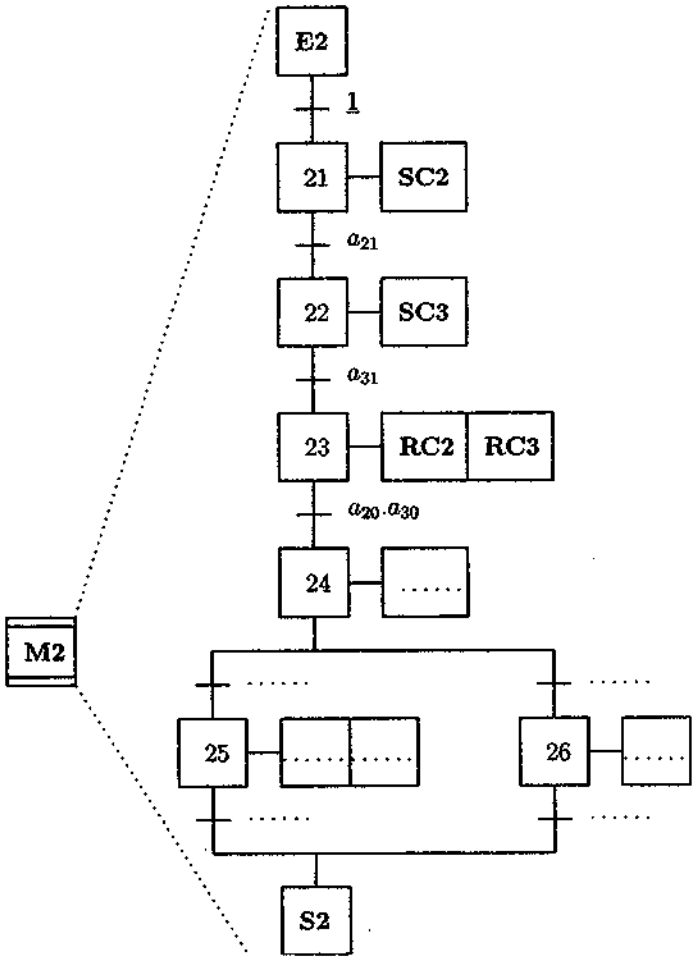
Expansion de la macro-étape du poste de tronçonnage



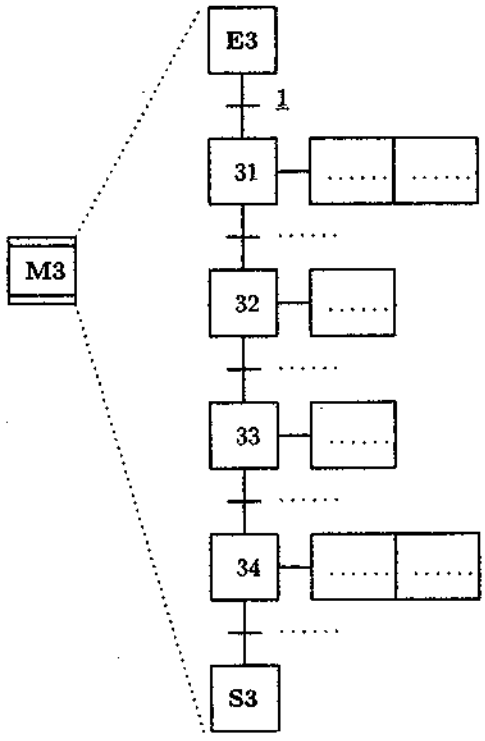
B.3. Compléter l'expansion de la macro-étape **M2**, décrivant le fonctionnement du poste d'évasement.

B.4. Compléter l'expansion de la macro-étape **M3**, décrivant le fonctionnement du poste de cintrage.

Expansion de la macro-étape du poste d'évasement



Expansion de la macro-étape du poste de cintrage



B.II. Étude du moto-réducteur du poste de convoyage

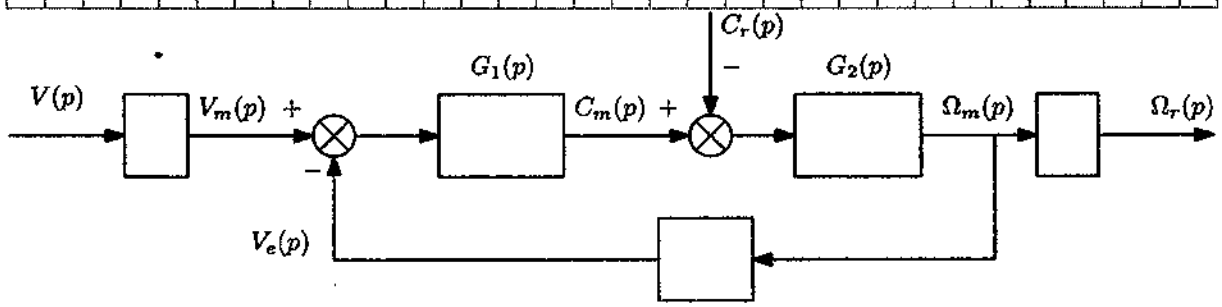
On se propose dans cette section, d'asservir la vitesse de rotation de l'ensemble moto-réducteur pour garantir une vitesse constante.

Cahier des charges : On souhaite avoir **une marge de gain $MG \geq 20$dB, une marge de phase $M\varphi \geq 45°$, une erreur de position $\varepsilon_p(\infty) = 0$** et **une erreur de vitesse $\varepsilon_v(\infty) \leq 2\%$.**

B.II.1 Modélisation du moto-réducteur

B.5. Donner les transformées de Laplace des équations qui régissent le fonctionnement du moto-réducteur ($\Omega_m(p) = \mathcal{L}\{\omega_m(t)\}$ et $\Omega_r(p) = \mathcal{L}\{\omega_r(t)\}$).

B.6. Déterminer les fonctions de transfert du schéma fonctionnel représentant le moto-réducteur.



B.7. Exprimer les fonctions de transfert $G_1(p)$ et $G_2(p)$ (voir le schéma fonctionnel de la question **(B.6)** sous leur forme canonique $G_1(p) = \frac{K_1}{1+\tau_1 p}$ et $G_2(p) = \frac{K_2}{1+\tau_2 p}$

$K_1 =$	$\tau_1 =$	$K_2 =$	$\tau_2 =$

B.8. La réponse indicielle de $G_1(p)$ pour une entrée $V_m(p) - V_e(p) = \frac{10}{p}$ est donnée dans la Figure B1 (Dossier Mise en Situation). **Déterminer** les valeurs de K_1 et τ_1 et **déduire** les valeurs de R et L. **On donne** $K_c = 0.1$

$K_1 =$	$\tau_1 =$	$R =$	$L =$

B.9. Le diagramme de Bode de $G_2(p)$ est donné dans la Figure B2 (Dossier Mise en Situation). **Déterminer** les valeurs de K_2 et τ_2 et **déduire** les valeurs de J et f.

$K_2 =$	$\tau_2 =$	$J =$	$f =$

B.II.2. Asservissement de la vitesse du moto-réducteur

Dans cette partie de l'étude, on considèrera un couple résistant nul $C_r(p) = 0$, la fonction de transfert du moto-réducteur $G_m(p) = \frac{\Omega_r(p)}{V(p)} = \frac{1}{(1+0.25p)(1+0.01p)}$ et le schéma fonctionnel de la Figure B3 (Dossier Mise en Situation). Le régulateur est pris, dans ce cas, du type proportionnel $G_c(p) = K_0$ avec $K_0 > 0$.

B.10. Donner la fonction de transfert $G_{bf1}(p) = \frac{\Omega_r(p)}{\Omega_{ref}(p)}$ en fonction de K_0.

$G_{bf1}(p) =$

B.11. Déterminer, en fonction de K_0, les expressions des trois paramètres caractéristiques : le gain statique K_s , la pulsation propre non amortie ω_0 et le rapport d'amortissement ζ.

$K_s =$	$\omega_0 =$	$\zeta =$

NE RIEN ÉCRIRE ICI

B.12. Pour quelle valeur de K_0 obtient-on un dépassement égal à 10% ?

$K_0 =$

B.13. En considérant la valeur de K_0 obtenue en **B.12., déterminer** l'erreur de position $\varepsilon_p(\infty)$ pour une entrée en échelon $\Omega_{ref}(p) = \frac{10}{p}$.

$\varepsilon_p(\infty) =$

B.14. En considérant cette même valeur de K_0, **déterminer** la marge de gain et la marge de phase.

$MG =$ $M\varphi =$

B.15. Peut-on répondre aux exigences du cahier des charges avec le régulateur proportionnel ? **Justifier.**

On considère maintenant un régulateur intégral $G_c(p) = \frac{K_i}{p}$ avec $K_i > 0$.

B.16. Calculer la fonction de transfert $G_{bf2}(p) = \frac{\Omega_r(p)}{\Omega_{ref}(p)}$ et **déterminer** l'intervalle des valeurs de K_i garantissant la stabilité de l'asservissement.

$. < K_i < .$

B.17. Quelle est la valeur de K_i qui permet d'assurer une erreur de traînage de 2% ?

$K_i =$

B.18. Quelle est la marge de gain ainsi obtenue ? **Est ce qu**'on vérifie l'exigence du cahier des charges $MG \geq 20\text{dB}$?

$MG =$ .....

Posons maintenant un régulateur $G_c(p) = K_0 \frac{1+T_i p}{T_i p}$ avec $K_0 > 0$ et $T_i > 0$.

B.19. Déterminer la valeur de T_i qui permet de compenser le pôle dominant du moto-réducteur. **En déduire** la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo3}(p)$ après cette compensation.

$T_i =$ $G_{bo3}(p) =$

NE RIEN ÉCRIRE ICI

B.20. Calculer la fonction de transfert $G_{bf3}(p) = \frac{\Omega_r(p)}{\Omega_{ref}(p)}$ et **donner** en fonction de K_0, les expressions des trois paramètres caractéristiques : le gain statique K_s , la pulsation propre non amortie ω_0 et le rapport d'amortissement ζ.

$G_{bf3}(p) =$	$K_s =$	$\omega_0 =$	$\zeta =$

B.21. Avec quelle valeur de K_0 assure-t-on une erreur de traînage de 2% ?

$K_0 =$

B.22. En considérant la valeur de K_0 trouvée dans **B.21**, **déterminer** la marge de gain MG, la marge de phase $M\varphi$ et l'erreur de position (justifier votre réponse).

$MG =$	$M\varphi =$	$\varepsilon_p(\infty) =$

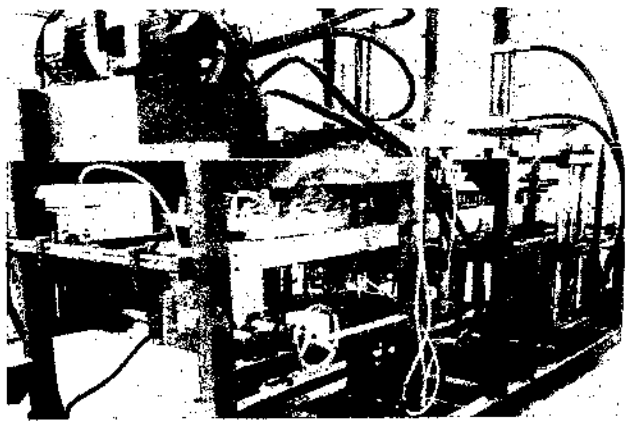
B.23. Conclure quant à la satisfaction des performances désirées en **justifiant** votre réponse.

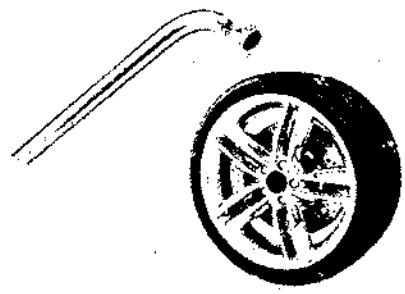
République Tunisienne
Ministère de l'Enseignement
Supérieur et de la Recherche
Scientifique
Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2026

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
المناظرات الوطنية للدخول إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2026

Concours de Technologie

Épreuve des Systèmes Techniques Automatisés





Date : Jeudi 04 Juin 2026 **Heure :** 08H 00 **Durée :** 3 Heures

L'épreuve comporte trois parties :

- **Mécanique des Solides Indéformables**
- **Résistance des matériaux**
- **Automatique**

Le sujet de l'épreuve remis au candidat comporte deux dossiers :

1- **Mise en situation, Données et Hypothèses**
2- **Document Réponses**

Recommandations aux candidats

- Aucun autre document n'est autorisé.
- Seules les calculatrices de poche **non programmables** sont autorisées.
- Il n'est fourni au candidat qu'une **seule et unique** copie du «Dossier document réponses » qui doit être rendu en totalité, à la fin de l'épreuve, même sans réponses.
- Les étudiants sont invités à inscrire, dans le document réponse, uniquement les **passages** qu'ils jugent **importants**.
- Le document réponses doit être rendu en intégralité (**aucune feuille ne doit être supprimée**).
- Toute suppression de feuilles du document réponses est considérée comme tentative de fraude.

Dossier
Mise en situation, Données et Hypothèses

Ce dossier comporte **14** pages, numérotées de **1** à **14**

♦	**Mise en situation**	**Page 3/14**
	Document Technique **(DT-01)**	**Page 14/14**
♦	**Données et hypothèses**	
	Mécanique des Solides Indéformables	**Pages 3/14 à 7/14**
	Résistance des Matériaux	**Pages 7/14 à 8/14**
	Automatique	**Pages 8/14 à 13/14**

Etude d'une chaine de fabrication de clés démonte-roue de voiture

Mise en Situation

Compte tenu de l'importance de la clé démonte-roue comme outil indispensable pour toute intervention rapide en cas de crevaison, la maîtrise de son coût de fabrication constitue un enjeu majeur. Afin de proposer une solution à la fois économique et performante, le choix de la réaliser à partir d'un tube en acier permet de réduire la quantité de matière utilisée et de simplifier les opérations de mise en forme.

Dans ce cadre, la chaîne de fabrication (Figure 1) a été conçue pour assurer une production continue, rapide et parfaitement standardisée. Les tubes, pris en charge dès leur découpe, sont acheminés à travers différents postes de transformation. Un système de contrôle automatisé pilote l'ensemble du processus, du chauffage à la mise en forme jusqu'à la finition, tandis que des capteurs assurent en permanence le suivi, le contrôle et le tri des pièces. L'ensemble garantit ainsi une production fluide, précise, et synchronisée.

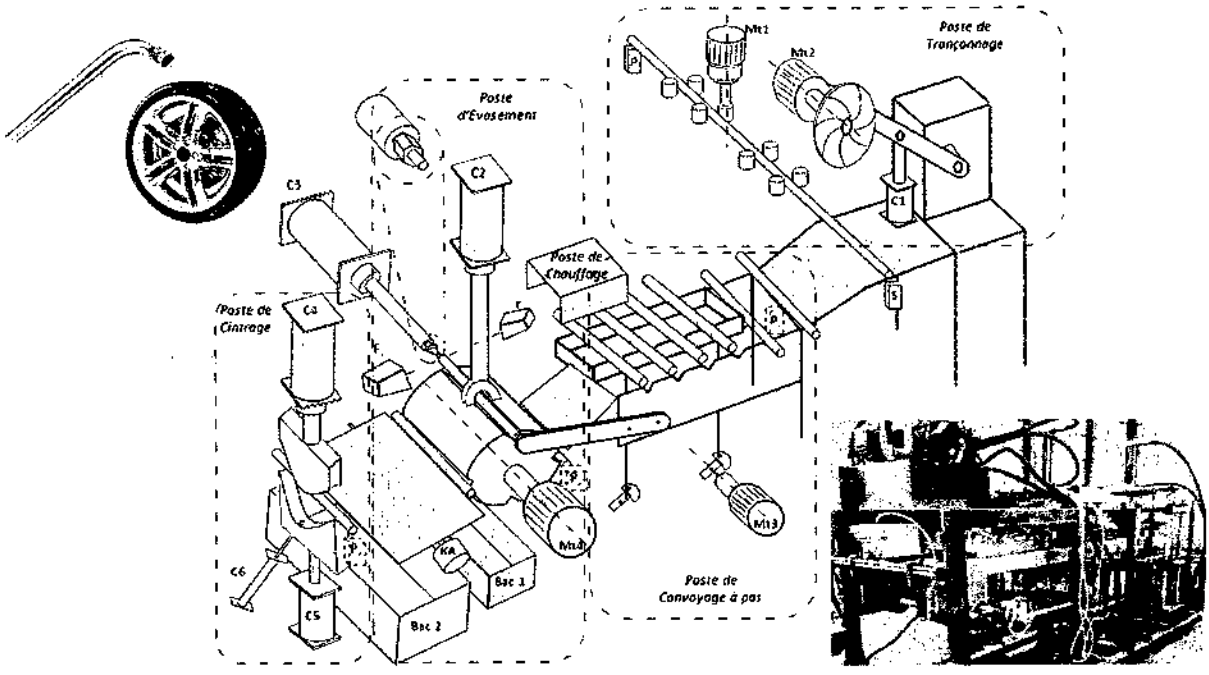


Figure 1. Vue globale de la chaîne de fabrication.

Partie : Mécanique des Solides Indéformables

1. Présentation

La Figure A1 représente le convoyeur à pas utilisé dans la chaîne de fabrication des clés démonte-roue qui fait l'objet de notre étude.

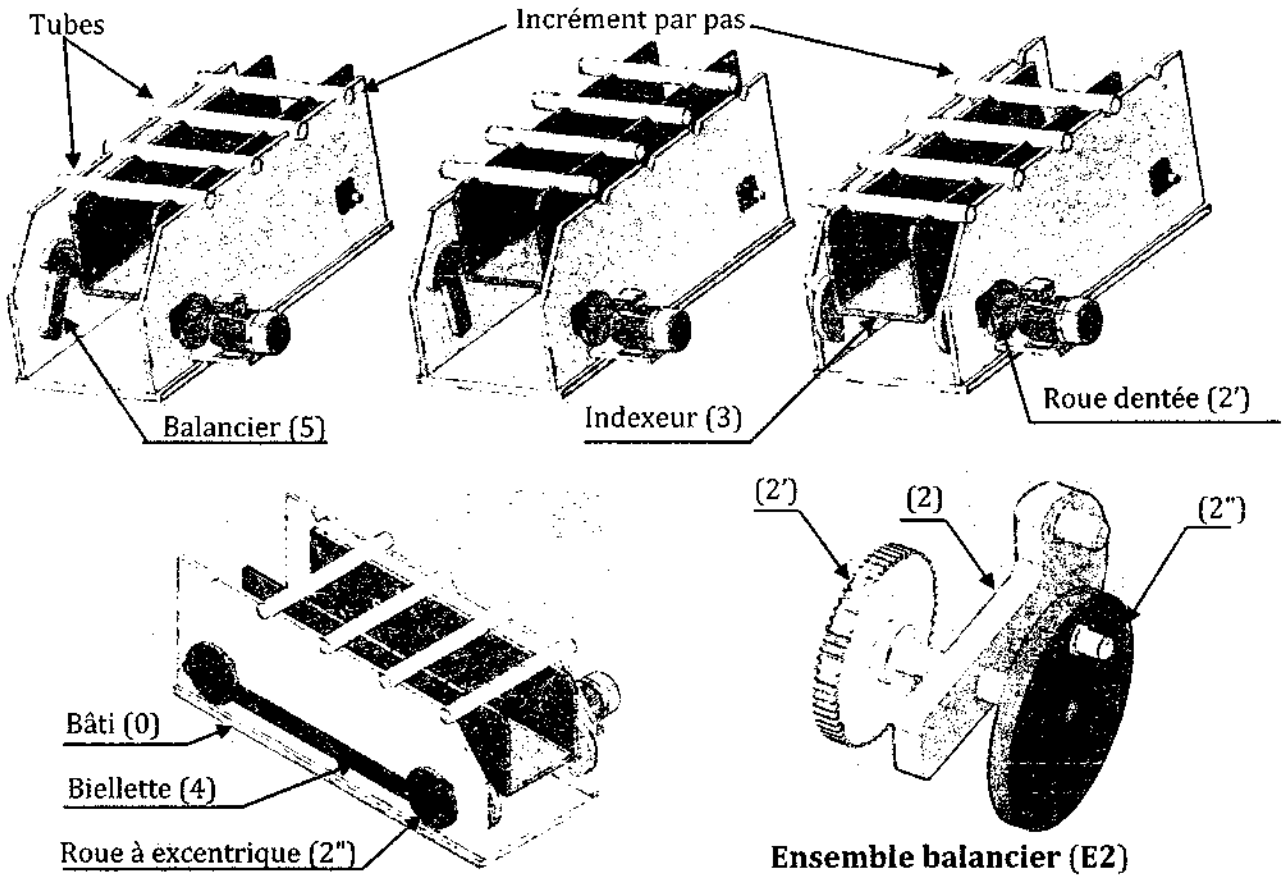


Figure A1 : Convoyeur à pas utilisé dans la chaîne de fabrication des clés démonte-roue.

2. Données et Hypothèses

Le convoyeur à pas représenté par son schéma cinématique **plan** (Figure A2) est constitué de :

- Un bâti **(0)**, auquel est lié le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ de base associée $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Ce repère est considéré galiléen.

- Un pignon **(1)** de masse $\mathbf{m_1}$, en liaison pivot d'axe $(J, \vec{z}_0)$ avec le bâti **(0)**. Le repère qui lui est associé est $R_1(J, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ tel que $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

- Un **ensemble cinématique noté** balancier **(E2)** composé de {**(2)**+**(2')**+**(2")**} (Figure A1), est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti **(0)**. Le repère qui lui est associé est $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ tel que $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$. On désigne par G_2 le centre de masse et par $\mathbf{m_2}$ la masse de l'ensemble balancier **(E2)**. La liaison entre la roue dentée **(2')** et le pignon **(1)** est supposée ponctuelle de normale $(I, \vec{x}_0)$.

- Un indexeur **(3)**, auquel est lié le repère $R_3(F, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec **(2)**. On désigne par $\mathbf{m_3}$ sa masse et par $\mathbf{G_3}$ son centre de masse.

- Une biellette **(4)** de masse $\mathbf{m_4}$, au quelle est liée le repère $R_4(D, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(D, \vec{z}_0)$ avec **(2)** et en liaison pivot d'axe $(E, \vec{z}_0)$ avec **(5)**.

- Un **ensemble cinématique noté** balancier **(E5)** composé de {(5)+(5")} en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$ avec le bâti **(0)** et en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec le solide **(3)**. On désigne par $\mathbf{m_5}$ sa masse et par $\mathbf{G_5}$ son centre de masse. Le repère qui lui est associé est $R_5(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ tel que $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$.

Soit le repère $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$ qui définit l'angle α tel que $\alpha = (\vec{x}_2, \vec{u}) = (\vec{y}_2, \vec{v})$ = cte.

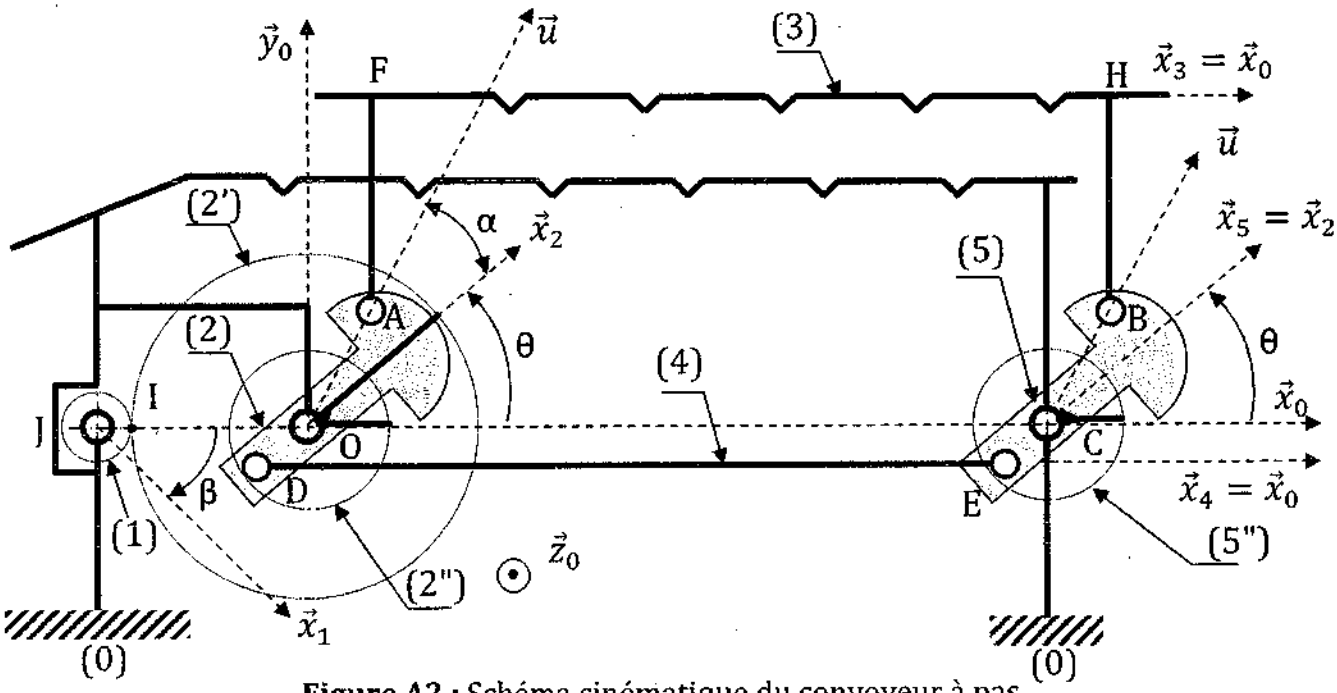


Figure A2 : Schéma cinématique du convoyeur à pas.

On donne :

$$\overrightarrow{OI} = -R\,\overrightarrow{x_0}\,; \quad \overrightarrow{JI} = r\,\overrightarrow{x_0}\,; \quad \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} = e\,\vec{u}\ ; \quad \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FH} = L\,\overrightarrow{x_0}\,;$$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BH} = d\,\overrightarrow{y_0}\,; \quad \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CE} = -\ell\,\overrightarrow{x_2}\,; \quad \overrightarrow{FG_3} = \frac{1}{2}L\,\overrightarrow{x_0}\,.$$

- R, r, e, L, d, ℓ et α représentent les caractéristiques géométriques constantes du mécanisme ;
- θ *et* β sont les variables temporelles.

La Figure A3 illustre les rotations planes des différents solides.

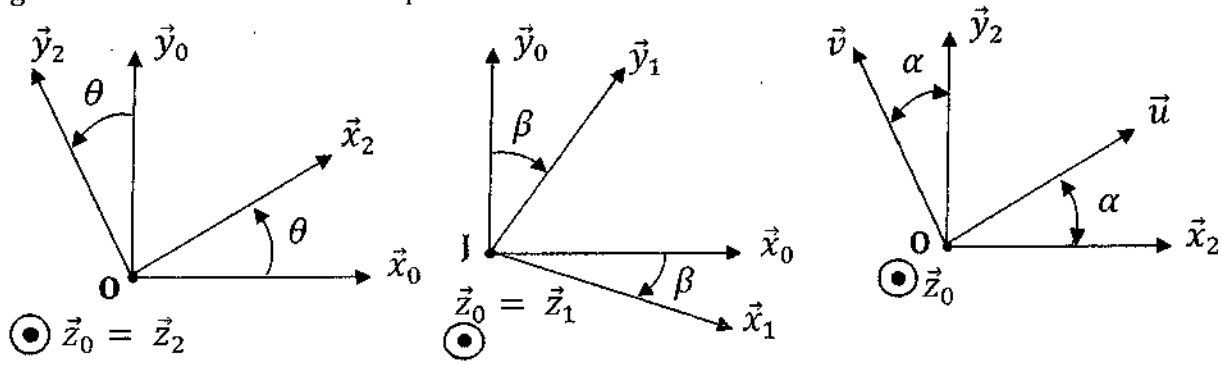


Figure A3 : Rotations planes des différents solides.

3. Données relatives aux études dynamique et énergétique

- Le problème est supposé plan.
- Toutes les liaisons sont considérées parfaites.
- Les masses m_1 et m_4 sont supposées négligeables.
- On suppose que les masses de (2'), (2") et (5") sont négligeables.
- On pose $m_5 = m_2 = m$.
- Le pignon (1) est entraîné en rotation par rapport au bâti (0) par un moto-réducteur Mt3 en lui exerçant un couple $\vec{C}_m = -C_m\,\vec{z}_0$.
- L'action mécanique des tubes sur l'indexeur (3) est supposée connue et modélisée au point G_3 par le torseur $\{\tau_{(Tubes\to 3)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_3}^{\mathcal{B}_0}$.
- Le champ de la pesanteur est représenté par le vecteur $\vec{g} = -g\vec{y}_0$.
- Pour exprimer le torseur des actions mécaniques exercées par un solide (S_i) sur un solide (S_j) au point Q (centre géométrique de la liaison) dans la base locale $\mathcal{B}$, on adoptera la notation suivante :

$$\{\tau_{(S_i\to S_j)}\}_Q = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_Q^{\mathcal{B}} \quad (i < j).$$

4. Géométrie des masses

Le balancier (5) (Figure A4), de masse m_5 et de centre de masse G_5, peut être considéré comme l'union de deux solides homogènes de même masse volumique, définis comme suit :

- Un parallélépipède (51), de masse m_{51}, de centre de masse C, de longueur b, de largeur a et d'épaisseur constante t ;
- Un demi cylindre (52), de masse m_{52}, de centre de masse G_{52}, d'axe $(K', \vec{z}_0)$, de hauteur t et de rayon r_c.

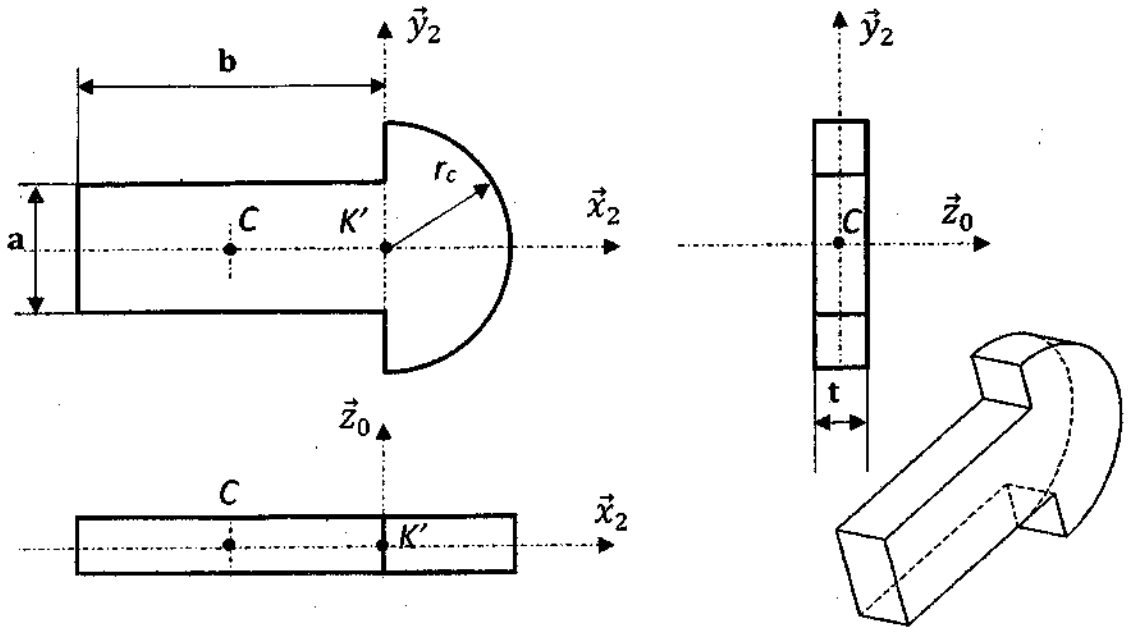
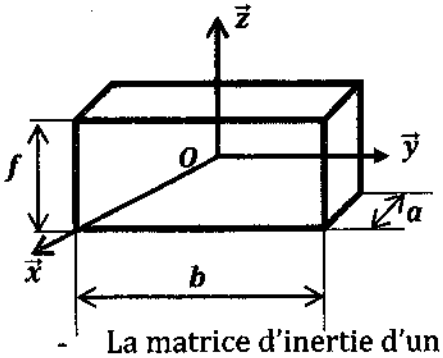


Figure A4 : Modélisation du balancier (5).

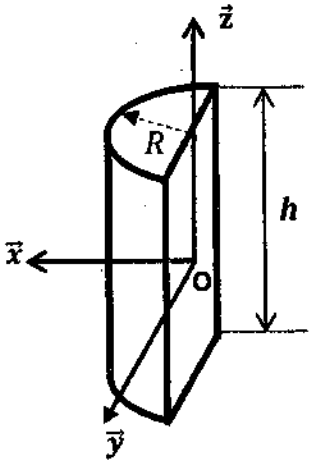
D'une manière générale, les matrices d'inerties sont données par :

- La matrice d'inertie d'un parallélépipède (**S**), de centre de masse **O**, de cotés $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{f}$ dans la base $\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$:



$$[\mathbf{I_O(S)}] = \begin{pmatrix} \frac{m\,(b^2+f^2)}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m\,(a^2+f^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m\,(a^2+b^2)}{12} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$$

- La matrice d'inertie d'un demi cylindre (**S**), d'axe $(\mathbf{O},\vec{z})$, de hauteur $\boldsymbol{h}$ et de rayon $\boldsymbol{R}$ dans la base $\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$:



$$[\mathbf{I_O(S)}] = \begin{pmatrix} \frac{m\,R^2}{4} + \frac{m\,h^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m\,R^2}{4} + \frac{m\,h^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m\,R^2}{2} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$$

Partie : Résistance des matériaux R.D.M

La Figure A5 représente l'arbre de transmission (**S**) lié, au point **C**, à la roue dentée (**2'**) et au point **J** au balancier (**2**). Cet arbre est guidé en rotation par rapport au bâti au moyen de deux roulements modélisés par une liaison linéaire annulaire en **A** et une liaison rotule en **B** supposées parfaites. L'arbre (**S**) est encastré en **C** avec la roue dentée (**2'**) à denture droite.

L'action mécanique exercée sur la roue dentée (**2'**), au point **I**, est modélisée par le torseur :

$$\{\tau_I\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F_T & 0 \\ -F_R & 0 \end{Bmatrix}_I \text{ avec } F_R = F_T tg\alpha$$

L'action mécanique du balancier sur l'arbre (**S**), au point **J**, est modélisée par le torseur :

$$\{\tau_J\} = \begin{Bmatrix} 0 & -C_r \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_J$$

N.B : Le torseur d'action mécanique, en un point **P** dans la base $(\overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$, est noté :

$$\{\tau_P\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_P$$

Avec ***X, Y, et Z*** les composantes de la résultante exprimées en Newton (**N**) et ***L, M, et N*** sont les composantes du moment résultant exprimées en **N.m** au point **P**.

On donne :

- Le diamètre primitif de la roue dentée (**2'**) est Dp = 2R = 100 mm et l'angle de pression α = 20°;
- Le couple résistant C_r = 25 N.m ;
- Les distances : AC = l_1 = 100 mm, CB = l_2 = 200 mm et BJ = l_3 = 20 mm.

N.B. Pour cette partie (RDM), nous adoptons le repère $R(A, \overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$, défini de sorte que la direction $(A, \overrightarrow{X_0})$ soit confondue avec la ligne moyenne de la poutre.

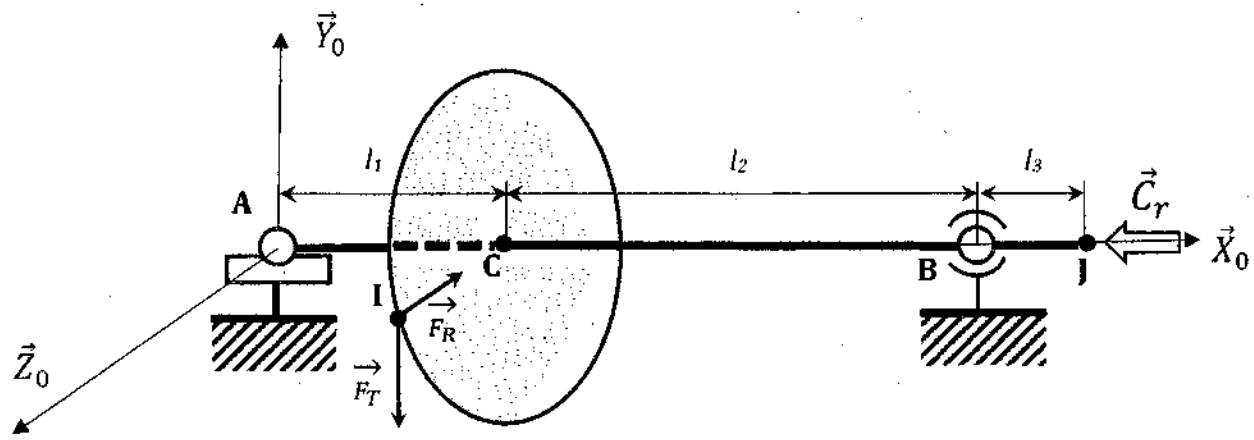


Figure A.5 : Modélisation de l'arbre de transmission (S).

Partie : Automatique

La partie automatique se décompose en deux volets complémentaires.

B.I- Étude séquentielle de la chaîne de fabrication de clés démonte-roue

La production automatisée des clés démonte-roue s'effectue selon un processus séquentiel. À partir d'un tube long, le poste de tronçonnage découpe des segments aux dimensions requises. Acheminées par un convoyeur à pas, ces ébauches subissent successivement un chauffage à une extrémité, un évasement pour former l'empreinte hexagonale, puis un cintrage pour obtenir la forme en "L". (Voir **Document Technique DT-01** page **14/14**).

Description fonctionnelle

Le cycle débute par l'appui sur le bouton poussoir de démarrage dcy, les vérins des postes de cintrage et d'évasement sont en position rentrée, la scie de la tronçonneuse est en position haute et un tube en acier est présent. Le tube long avance grâce au moto-réducteur (Mt1) commandé par le contacteur **KM1**, jusqu'à ce que le capteur de proximité s le détecte, signalant ainsi la longueur désirée de découpe.

À la détection de s, le poste de tronçonnage est activé. Celui-ci comprend la mise en rotation de la scie par le moteur de découpe (Mt2) commandé par **KM2** et la descente lente de la scie par la rentrée du vérin C1 afin d'assurer une coupe précise.

Une fois la découpe est réalisée, le vérin C1 effectue une sortie rapide, mettant fin à l'opération de tronçonnage. La détection par le capteur a_{11} déclenche alors deux actions simultanées :

- La relance automatique de l'opération de tronçonnage si le tube long est toujours présent ;
- Le transfert du tube découpé vers les postes de convoyage et chauffage.

Lorsque la présence d'une pièce est détectée à l'entrée du poste de convoyage ($p_c = 1$), le moto-réducteur de transfert (Mt3) commandé par **KM3** assure son déplacement à pas, tandis que le poste de chauffage (action R_{ch}) est activé. Le chauffage se poursuit jusqu'à l'atteinte de la température de consigne, signalée par t_d (variable booléenne). Il est considéré que la température atteint sa valeur désirée dans un temps inférieur ou égal à la durée du transfert vers le plateau.

Le tube chauffé à son extrémité est ensuite positionné sur le plateau tournant. Lorsque le capteur de position p_p est actif, le plateau effectue une rotation d'un quart de tour par l'action du moto-réducteur (Mt4) commandé par **KM4**. La fin de la rotation est détectée

par le capteur d, autorisant le démarrage simultané des opérations sur deux postes différents :

➢ **Poste** : Évasement

La pièce est d'abord immobilisée par la sortie du vérin de serrage C2 (serrage vertical). Ensuite, le vérin C3 effectue l'évasement et le formage hexagonal de l'extrémité chauffée du tube. Après cette opération, les vérins C3 et C2 rentrent simultanément. Un système de contrôle par faisceau laser (action F_L) est alors activé afin de détecter la présence éventuelle de fissures ou de défauts.

- Si le faisceau atteint le récepteur ($r = 1$), la pièce est déclarée défectueuse : un voyant rouge V_R s'allume et la pièce sera évacuée vers le bac1 « pièces défectueuses » à travers un clapet commandé par un électro-aimant **KA** pendant deux secondes.
- Si aucune anomalie n'est détectée, un voyant vert V_V s'allume pendant une seconde, puis le cycle se poursuit normalement.

➢ **Poste** : Cintrage

Le poste de cintrage ne s'active qu'après une temporisation de deux secondes et en présence d'une pièce non défectueuse ($p_v = 1$). La pièce évasée est cintrée par la sortie simultanée des vérins C4 et C5, donnant à la clé sa forme finale. Après la rentrée du vérin C4, le vérin éjecteur C6 expulse la clé démonte-roue finie dans le bac2 de récupération. Puis, les vérins C5 et C6 reviennent à l'état initial.

Ces opérations (cintrage et évasement) se répètent tant qu'il existe des pièces positionnées sur le plateau tournant. En l'absence de pièces, le cycle se termine automatiquement.

On donne dans le **Tableau B.1** les différents repérages des entrées et des sorties de la partie commande.

Tableau B.1 : Repérage des différentes entrées et sorties.

Symbole « Entrée »	Désignation des entrées (Capteurs / Boutons)	Symbole « Sortie »	Désignation des sorties (Actions)
dcy	Bouton poussoir de démarrage du cycle	**KM1**	Contacteur moto-réducteur d'avancement : entraîne le tube vers le poste de tronçonnage
s	Capteur de proximité de la position du tube long	**KM2**	Contacteur moteur de découpe : mise en rotation de la scie
d	Capteur de rotation du plateau d'un quart de tour	**KM3**	Contacteur moto-réducteur de transfert à pas vers le chauffage
r	Capteur laser indiquant un état de défaut (fissure/trou)	**KM4**	Contacteur du moto-réducteur du plateau : rotation d'un quart de tour

Symbole « Entrée »	Désignation des entrées (Capteurs / Boutons)	Symbole « Sortie »	Désignation des sorties (Actions)
a_{10} , a_{11}	Capteur indiquant la rentrée (resp. la sortie) du vérin C1	RC1 / SC1	Vérin C1 : RC1 → descente lente de la scie / SC1 → remontée rapide
a_{20} , a_{21}	Capteur indiquant la rentrée (resp. la sortie) du vérin C2	RC2 / SC2	Vérin C2 : SC2 → serrage vertical / RC2 → desserrage
a_{30} , a_{31}	Capteur indiquant la rentrée (resp. la sortie) du vérin C3	RC3 / SC3	Vérin C3 : SC3 → évasement et calibrage hexagonal / RC3 → rentrée de C3
a_{40} , a_{41}	Capteur indiquant la rentrée (resp. la sortie) du vérin C4	RC4 / SC4	Vérin C4 : SC4 →sortie de C4 (cintrage) / RC4 →rentrée de C4
a_{50} , a_{51}	Capteur indiquant la rentrée (resp. la sortie) du vérin C5	RC5 / SC5	Vérin C5 : SC5 →sortie de C5 (cintrage) / RC5 →rentrée de C5
a_{60} , a_{61}	Capteur indiquant la rentrée (resp. la sortie) du vérin C6	RC6 / SC6	Vérin C6 : SC6→ sortie pour éjection de la clé finie vers le bac2/ RC6 → rentrée de C6
p_t	Capteur de présence du tube long pour le tronçonnage	R_{ch}	Résistance chauffante : chauffe l'extrémité du tube.
p_c	Capteur de présence de pièces au poste de chauffage	V_R	Voyant rouge : signalisation pièce défectueuse
p_p	Capteur de présence de pièces sur le plateau tournant	V_V	Voyant vert : pièce conforme
p_v	Capteur de présence de la pièce au poste de cintrage	F_L	Activation du faisceau laser.
t_d	Variable booléenne indiquant que la température est atteinte	KA	Electro-aimant commandant le clapet pour l'évacuation des pièces défectueuses.

B.II- Étude du moto-réducteur du poste de convoyage

Le principal défi d'un convoyeur mécanique à pas réside dans les variations brutales de charge : soulever, transporter, puis déposer des tubes à chaque cycle. Sans asservissement, la vitesse du moto-réducteur chuterait à chaque levage, perturbant la cadence et l'alignement. Cette partie porte sur la conception d'un régulateur de vitesse capable de maintenir une vitesse de rotation $\omega_r(t)$ constante quelles que soient les sollicitations mécaniques.

B.II.1- Modélisation du moto-réducteur

Le fonctionnement du moto-réducteur utilisé est décrit par les équations suivantes :

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_m(t) - V_e(t) \qquad C_m(t) = K_c i(t)$$

$$J\frac{d\omega_m(t)}{dt} + f\omega_m(t) = C_m(t) - C_r(t) \qquad V_m(t) = K_a V(t)$$

$$V_e(t) = K_e\omega_m(t) \qquad \omega_r(t) = K_r\omega_m(t)$$

Lorsque l'application numérique est demandée, le résultat doit être présenté à la suite de l'expression littérale. Le tableau résume l'ensemble des variables et paramètres du moteur.

$i(t)$:	Le courant de l'armature	R :	La résistance de l'armature
$V_m(t)$:	La tension à l'entrée du moteur	L :	L'inductance de l'armature
$\omega_m(t)$:	La vitesse angulaire du moteur	J :	L'inertie totale
$C_m(t)$:	Le couple du moteur	f :	Le coefficient de frottement
$V_e(t)$:	f.e.m	K_c :	La constante du couple
$C_r(t)$:	Le couple résistant	K_e :	La constante f.e.m
$V(t)$:	La tension d'entrée	K_r :	La constante du réducteur
$\omega_r(t)$:	La vitesse angulaire du réducteur	K_a :	Constante d'amplification de tension

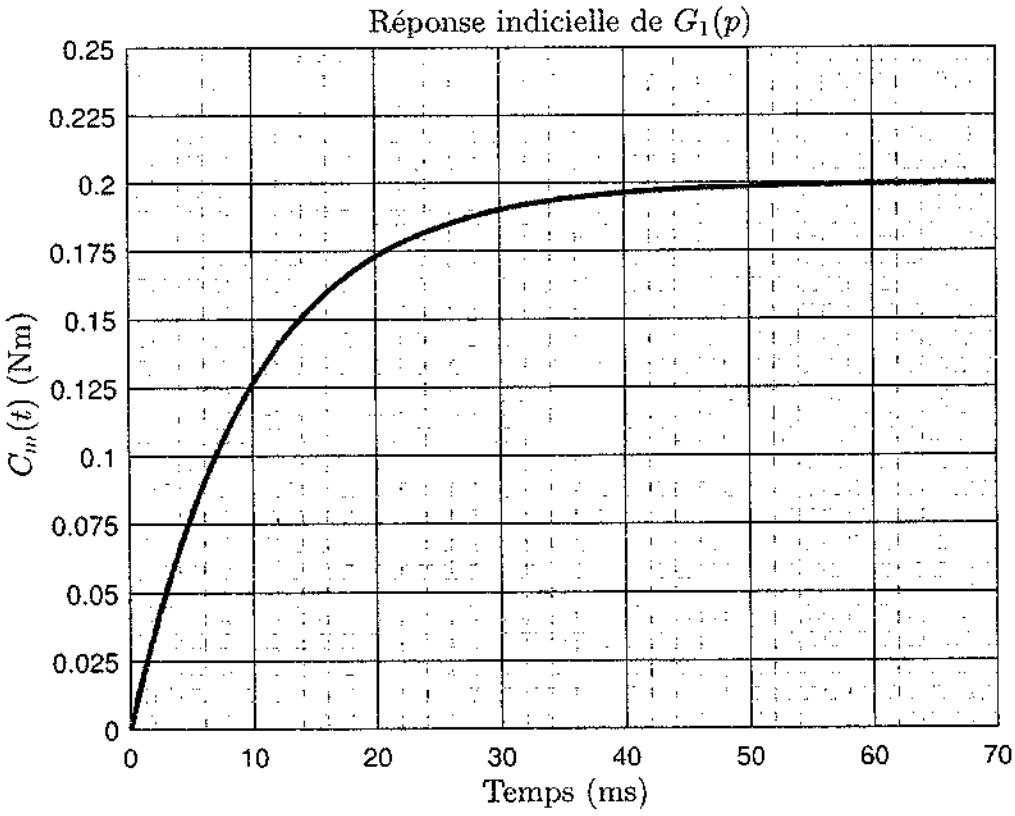


Figure B1 : Réponse indicielle de $G_1(p)$.

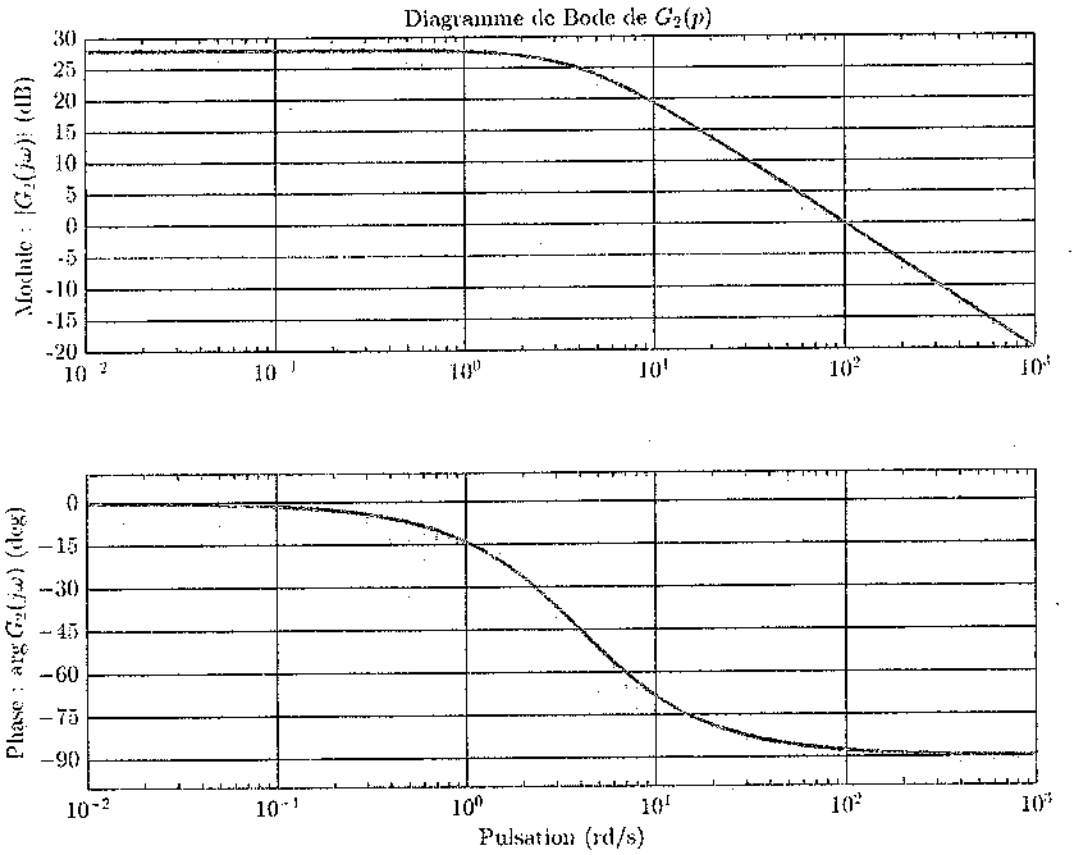


Figure B2 : Diagramme de Bode de $\boldsymbol{G_2(p)}$.

B.II.2. Asservissement de la vitesse angulaire

En considérant dans cette section que $C_r(t) = 0$, on se propose d'asservir la vitesse de l'ensemble moto-réducteur. L'asservissement est assuré par un retour de vitesse angulaire $\Omega_r(p) = \mathcal{L}\{\omega_r(t)\}$ et un régulateur $G_c(p)$ comme le montre la Figure B3.

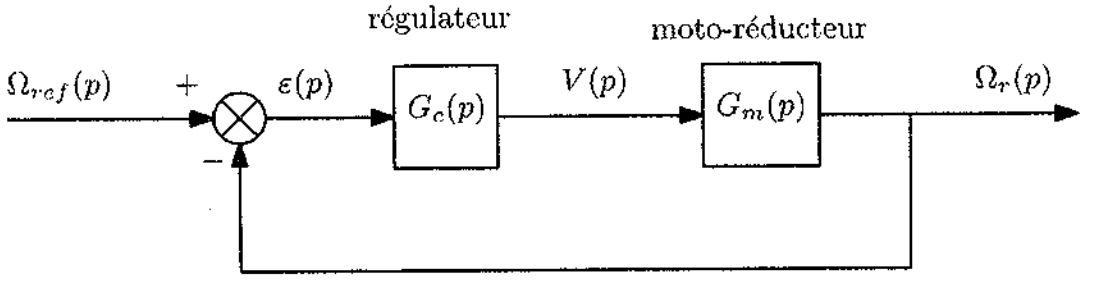
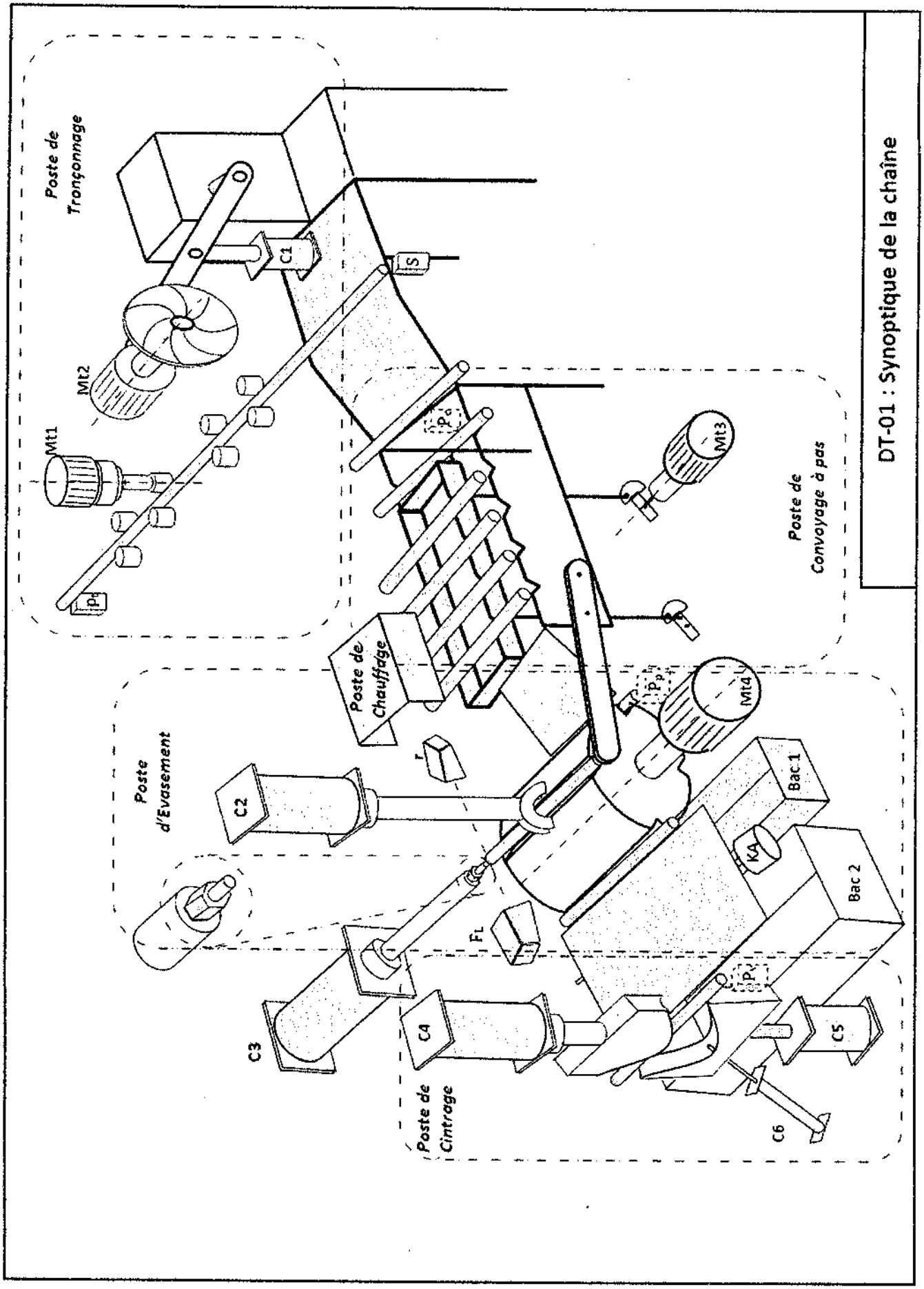


Figure B3 : Schéma bloc de la régulation de vitesse.



DT-01 : Synoptique de la chaîne