

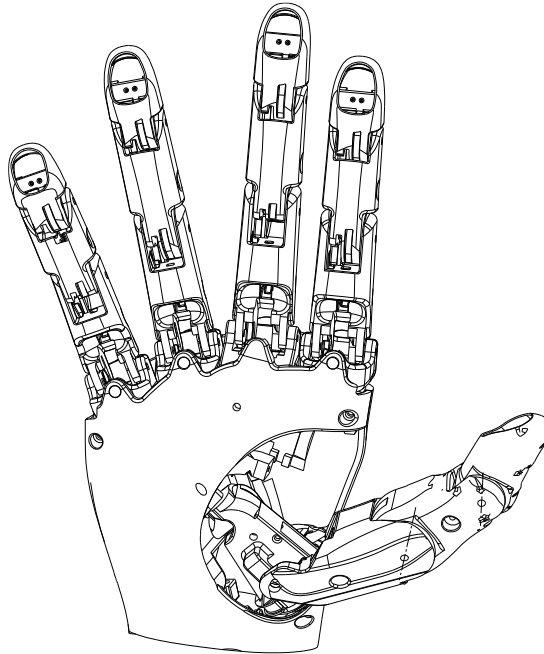
République Tunisienne  
Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique  
Concours Nationaux d'Entrées aux  
Cycles de Formation d'Ingénieurs  
Session 2023



الجمهورية التونسية  
وَالْمَجْلِدِ الْعَالِي  
وَالْبَيْتِ الْعَلِيِّ  
المناظرات الوطنية للدخول إلى مراحل  
تكوين المهندسين  
دورة 2023

Concours de Mathématiques – Physique & Physique – Chimie

Épreuve de  
Systèmes Techniques Automatisés



Date : Vendredi 02 Juin 2023

Heure : 08H 00

Durée : 3 Heures

L'épreuve comporte deux parties :

- A- Conception Mécanique & Mécanique des Solides Indéformables
- B- Automatique

Le sujet de l'épreuve remis au candidat comporte trois dossiers :

- 1- Mise en situation, Données et Hypothèses
- 2- Document Technique (DT-01)
- 3- Document Réponses

### Recommandations aux candidats

- Aucun autre document n'est autorisé.
- Seules les calculatrices de poche **non programmables** sont autorisées.
- Il n'est fourni au candidat qu'une **seule et unique** copie du «Dossier document réponses» qui doit être rendu en totalité, à la fin de l'épreuve, même sans réponses.
- Le document réponses doit être rendu en intégralité (**aucune feuille ne doit être supprimée**).
- Toute suppression de feuilles du document réponses est considérée comme tentative de fraude.

# Dossier

## Mise en situation, Données et Hypothèses

Ce dossier comporte **huit** pages numérotées de **1 à 8** et **un** document technique **DT-01**

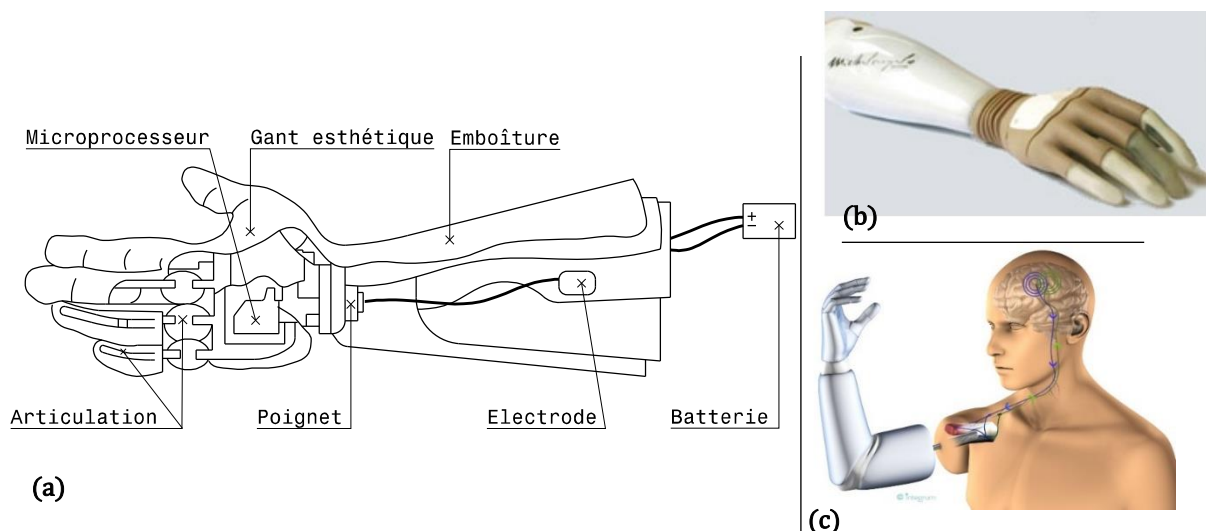
●	Mise en situation	Pages 1/8 et 2/8
	<i>Document Technique</i>	<i>DT-01</i>
●	Données et hypothèses	Pages 3/8 à 8/8
☆	<i>A- Conception Mécanique &amp; Mécanique des Solides Indéformables</i>	<i>Pages 3/8 à 6/8</i>
☆	<i>B- Automatique</i>	<i>Pages 7/8 et 8/8</i>

# ÉTUDE D'UNE PROTHESE DE MAIN MYOELECTRIQUE

## 1- Mise en Situation

L'amputation d'un membre supérieur est souvent lourde, de conséquence sur le patient, car elle touche son intégrité physique. Afin de limiter ses séquelles, le patient peut faire recours à l'usage d'une main artificielle appelée communément « prothèse ». Les technologies utilisées pour produire des prothèses sont variées, on cite principalement:

- **Les prothèses Myoélectriques** qui sont des dispositifs fonctionnant grâce aux forces électromotrices que génèrent les muscles durant leurs phases de contraction. Celles-ci produisent des signaux électriques très faibles, décelables sur la peau moyennant des électrodes (**Figure 01-a**). Les signaux décelés par ces électrodes sont délivrés à un microprocesseur qui après traitement, fournit les commandes à un ou plusieurs actionneurs électromécaniques. L'amplification des signaux permet alors l'ouverture, la fermeture et la rotation de la main. Un gant esthétique recouvre la totalité de la prothèse. Cela permet à certains patients de retrouver une motricité plus intuitive.
- **Les prothèses esthétiques** sont visuellement proches d'une main réelle mais elles ont des potentialités fonctionnelles limitées (soutenir des objets, porter un sac...) (**Figure 01-b**).
- **Les prothèses bioniques** (appellation contractée de « biologique » et « électronique »). Ces prothèses, avec leur organisation biomécanique et leur dispositif sensoriel, offrent une grande variété de possibilités d'adaptation à la prise d'objets de toutes formes, textures et dimensions. Elles diffèrent de la main Myoélectrique, par des mouvements plus naturels qui s'approchent de la main humaine. Bien que ce soit la dernière génération, elles présentent encore des inconvénients surtout au niveau de leur coût surélevé (**Figure 01-c**).



**Figure 01** – Différents types de prothèses : (a) Myoélectrique, (b) Esthétique, (c) Bionique

Ce sujet s'intéresse au développement d'une prothèse Myoélectrique capable de garantir des fonctions les plus proches possibles de celles développées par une main saine. L'analogie entre main naturelle et prothèse fait ressortir la même terminologie utilisée pour désigner les principaux constituants d'une prothèse comme le montre les **Figures 02.a** et **02.b**.

La prothèse Myoélectrique fonctionne grâce aux contractions musculaires qui génèrent des signaux électriques, collectées par des électrodes de surface collées sur la peau du patient. Les signaux à traiter sont souvent de très faible intensité, ce qui nécessite un traitement spécifique basé sur le filtrage et l'amplification pour que les signaux atteignent un niveau exploitable par les cartes de commande.

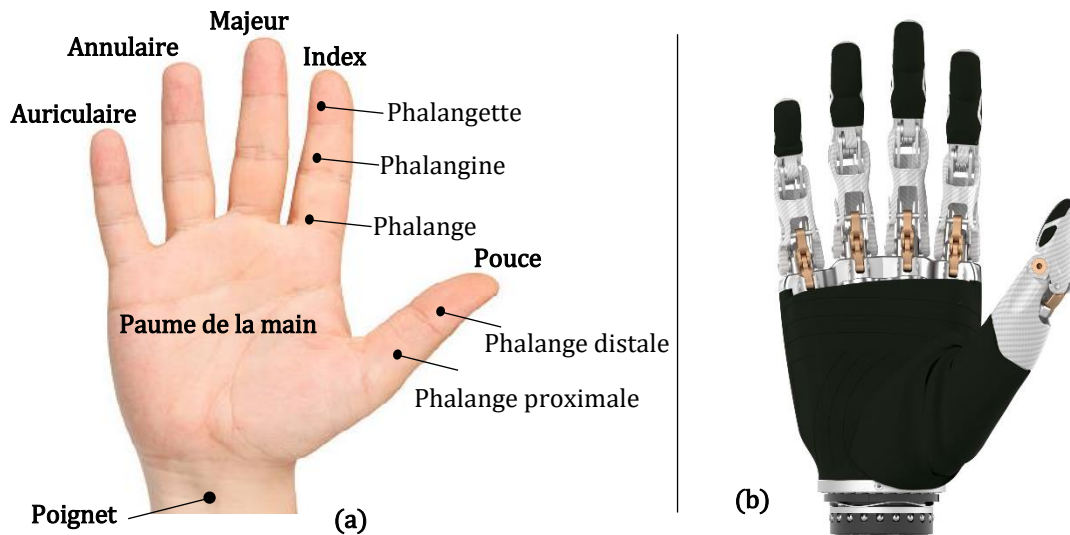


Figure 02 – Principaux constituants d'une main : (a) : saine, (b) prothétique

Les objectifs visés par ce sujet consistent à :

1. Évaluer les gestes de la vie courante au travers d'une analyse fonctionnelle et une étude géométrique,
2. Établir les modèles cinématique, dynamique et énergétique relatifs à la mise en mouvement de l'index pour saisir une canette, une bouteille ou tout autre objet de forme cylindrique,
3. Étudier le circuit d'affichage des différents signaux de commande de la main prothétique,
4. Asservir la position des servomoteurs de la main prothétique.

L'épreuve comporte deux parties :

- A. Conception Mécanique (C.M) & Mécanique des Solides Indéformables (M.S.I) où l'on traite les composantes mécaniques afin de répondre aux objectifs 1 et 2.
- B. Automatique qui visera à atteindre les objectifs 3 et 4.

**NB : Les deux parties A et B utilisent des notations totalement indépendantes.**

## 2-Données et Hypothèses

### Partie A : Conception Mécanique & Mécanique des Solides Indéformables

Cette partie est composée de deux sections indépendantes ayant pour intitulées respectives Conception Mécanique et Mécanique des Solides Indéformables.

#### Section A.I- Conception Mécanique

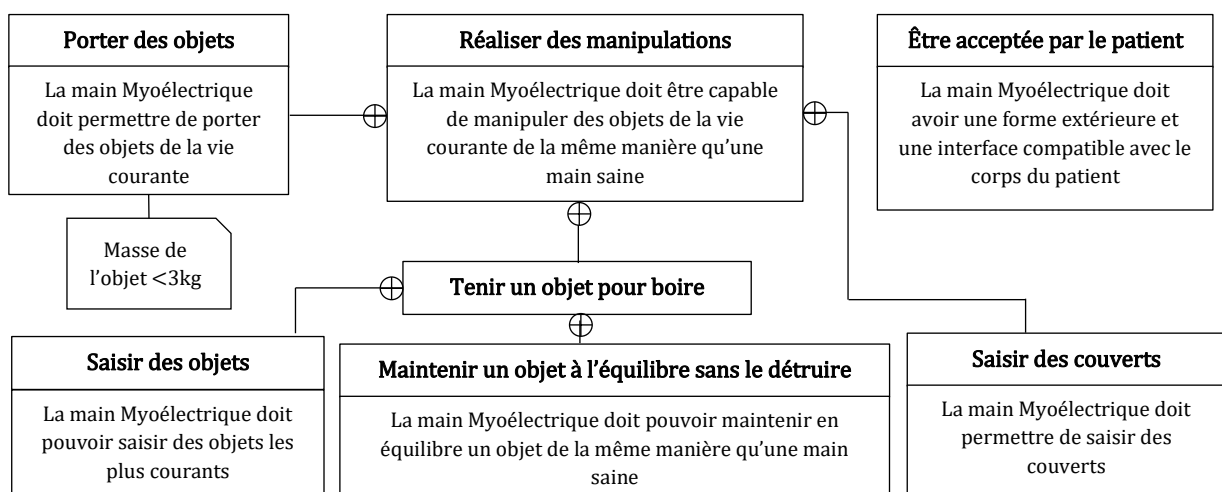
Cette section porte sur l'étude fonctionnelle et technologique de la main prothétique présentée par le document technique **DT-01**. La prothèse de main doit permettre de saisir des objets de référence listés dans le **Tableau 01**, telles que les canettes.

En effet, la canette, objet emblématique de notre société de consommation moderne, joue un rôle essentiel dans la vie quotidienne de nombreuses personnes. Pratique et fonctionnelle, elle est largement utilisée pour protéger et transporter nos boissons préférées. Fabriquée en aluminium, la canette offre une protection efficace contre la lumière et l'oxygène, préservant ainsi la qualité des boissons.

**Tableau 01** – Paramètres des différents modèles de canettes à saisir

Caractéristiques	Classique		Slim		Seek	
	Standard	Longue	Standard	Longue	Standard	Longue
Diamètre mini $\varnothing D_0$ (mm)	66	66	53	53	58	58
Hauteur $H_0$ (mm)	115	168	88	134	145	157
Contenance (ml)	330	500	150	250	330	335

Les besoins du patient s'expriment en termes d'exigences comme le décrit le diagramme de la **Figure 03**.



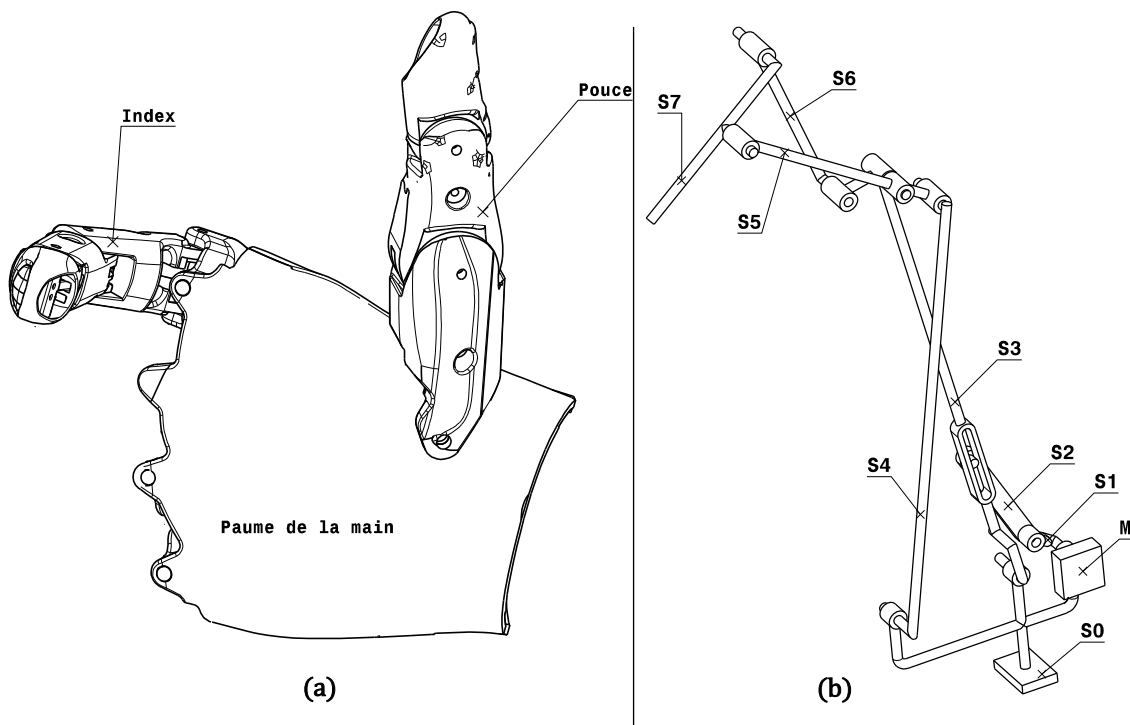
**Figure 03** – Diagramme des exigences de la main prothétique

## Section A.II- Mécanique des Solides Indéformables

### A.II-1- Modélisation du mouvement de l'index

La prothèse Myoélectrique d'une main, est constituée de 5 doigts liés à 5 actionneurs (un pour chaque doigt) comme le montre le document **DT-01**. Le pouce est constitué de deux phalanges alors que les autres doigts sont composés de trois éléments. Les modèles cinématiques associés à l'index, le majeur, l'annulaire et l'auriculaire (les doigts composés de 3 phalanges) sont similaires et différent de celui du pouce. De ce fait, l'étude des mouvements, des doigts à trois phalanges par rapport à la paume de la main, peut être réduite à un seul doigt. La présente analyse sera consacrée au pincement des objets entre l'index et la paume.

Les composantes mécaniques formant l'index d'une main droite prothétique sont présentées par la **Figure 04**. Le mouvement de l'arbre (**S1**) de l'actionneur (**M**), par rapport à la paume (**S0**), est transmis par la bielle (**S2**) à la phalange (**S3**). Celle-ci est liée à la biellette (**S4**). La phalange (**S5**) est associée à la fois à la biellette (**S6**) et à la phalangette (**S7**).



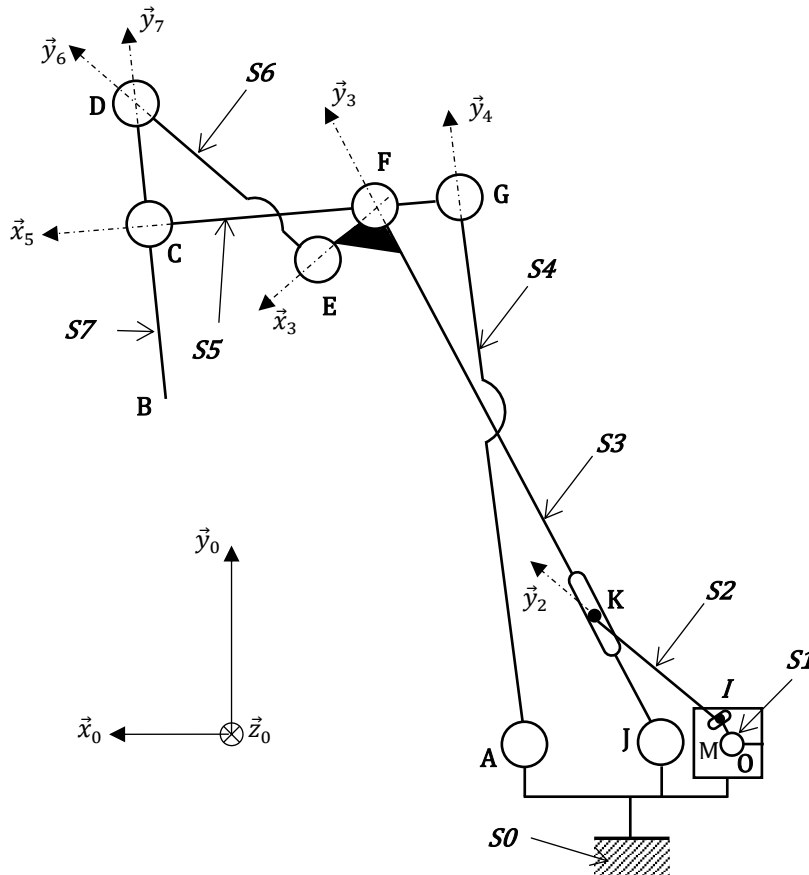
**Figure 04** – (a) Modèle 3D de l'index et du pouce, (b) Modèle segmentaire de l'index

Pour simplifier l'étude, on admettra que :

1. Le mouvement du pouce s'effectue dans un plan perpendiculaire à celui de l'index.
2. La prise d'un objet tel que bouteille, canette, verre, etc... est réalisée par pincement entre la paume (**S0**) et la phalangette (**S7**).

**A.II-2- Repères, paramètres et données**

L'index prothétique est constitué de 7 pièces se déplaçant toutes dans des plans parallèles au plan de référence  $\pi_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  associé au repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen, lié à la paume (**S0**). La **Figure 05** illustrant le schéma cinématique minimal de l'index est une représentation plane de l'ensemble proposé à l'étude.



**Figure 05** -Schéma cinématique de l'index prothétique

Les caractéristiques dimensionnelles des composants de l'index sont introduites par les relations vectorielles qui suivent :

$$\begin{aligned} \vec{OI} &= R\vec{y}_1, \vec{IK} = L_2\vec{y}_2, \vec{OJ} = a\vec{x}_0, \vec{JA} = b\vec{x}_0, \vec{JF} = L_3\vec{y}_3, \vec{GC} = L_5\vec{x}_5, \vec{FE} = c\vec{x}_3 \\ \vec{GF} &= c\vec{x}_5, \vec{AG} = L_4\vec{y}_4, \vec{ED} = L_6\vec{y}_6, \vec{BD} = L_7\vec{y}_7, \vec{BC} = d\vec{y}_7 \end{aligned}$$

où  $a, b, c, d, R, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$  et  $L_7$  sont des constantes dimensionnelles de l'index.

Les paramètres représentant les mouvements des composants de l'index sont exprimés par les rotations  $\alpha, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$  et  $\beta$  ainsi que le paramètre de translation exprimé par  $\lambda$  qui est défini par la relation vectorielle :  $\vec{JK} = \lambda\vec{y}_3$ . Ce paramètre varie entre deux valeurs limites  $\lambda_{min}$  et  $\lambda_{max}$

Les représentations planes des rotations sont précisées dans les **Figures 06.a** et **06.b**.

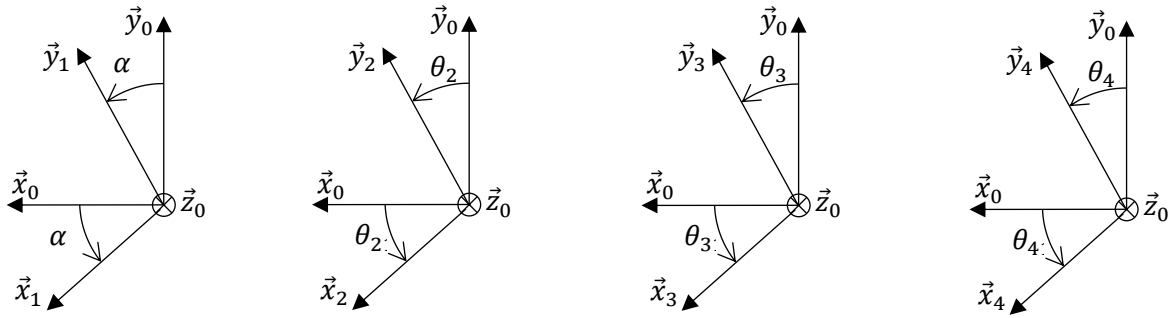


Figure 06.a - Représentations planes des rotations  $\alpha$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$

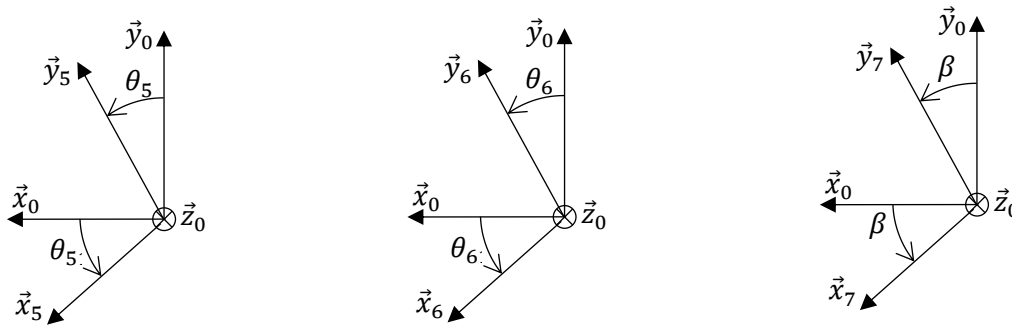


Figure 06.b - Représentations planes des rotations  $\theta_5$ ,  $\theta_6$  et  $\beta$

La rotation  $\alpha$  est celle de l'arbre (**S1**) de l'actionneur (**M**), il est considéré comme entrée du mécanisme, alors que la rotation  $\beta$  est celle de la phalange (**S7**) qui est prise comme sortie de la chaîne de solides composants l'index. Cette rotation est associée à la sortie représentée par la distance variable  $\|\overline{AB}\|$  entre le point **A** de la paume de la main liée à (**S0**) et le bout **B** de la phalange (**S7**). Cette distance sera exprimée par  $x$ . La rotation  $\theta_3$  de la phalange (**S3**) jouera alors le rôle de paramètre intermédiaire entre l'entrée et la sortie.

## Partie B : Automatique

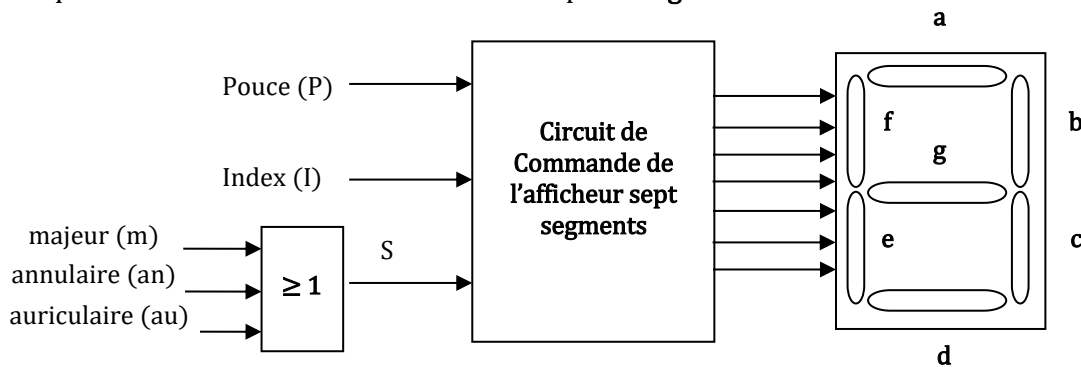
Cette partie est composée de deux sections indépendantes désignées successivement par :

- Étude du circuit d’affichage des signaux émis par les électrodes,
- Étude du système de serrage.

### Section B.I- Étude du circuit d’affichage

Dans cette section, on s’intéresse à l’étude du circuit combinatoire permettant la commande de l’affichage relatif aux mouvements de fermeture des doigts de la main Myoélectrique. Ce circuit combinatoire est composé principalement par un afficheur à 7 segments.

Les circuits sont identiques pour les muscles extenseurs et fléchisseurs. On s’intéressera aux électrodes placées sur le muscle fléchisseur assurant la commande de fermeture de la main prothétique. La structure de ce circuit est donnée par la **Figure 07**.

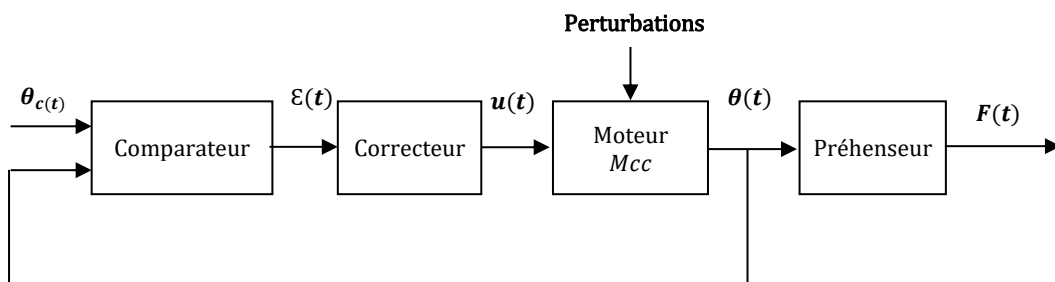


**Figure 07** – Structure du circuit de commande de l’affichage

### Section B.II-Étude du système de serrage

Dans cette section, on cherche à pallier la perte de sensation tactile du patient. La réponse en effort de serrage doit être suffisamment amortie pour qu’il n’y ait aucun dépassement.

Afin d’améliorer le comportement de la main prothétique lors de la saisie d’un objet, l’effort de serrage doit être modulé en fonction de la volonté du patient, c’est-à-dire en fonction de l’amplitude des contractions musculaires moyennant des électrodes myoélectriques. Un asservissement de position est utilisé pour réguler l’effort de serrage. L’ensemble peut être modélisé par le schéma-bloc de la **Figure 08**.



**Figure 08** – Schéma bloc du système

$J \frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f\omega(t)$ : Équation du mouvement de l'ensemble (motoréducteur + réducteur + préhenseur),

$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$  : la tension d'alimentation du moteur,

$e(t) = K_e \omega(t)$  : la force contre électromotrice,

$C_m(t) = K_m i(t)$  : le couple moteur,

Avec :  $\theta(t), \omega(t)$  : l'angle et la vitesse de rotation du moteur,

$i(t)$  : le courant de l'induit,

$C_r(t) = b.r.F(t)$  : le couple résistant ramené à l'arbre moteur avec  $b = 0,15 \text{ rad. s}^{-1}$ ,

$F(t) = \alpha.K.b.\theta(t)$  : l'effort de serrage lié à l'écartement des doigts avec  $\alpha = 73,5.10^{-5}$ ,

Les caractéristiques sont :

$R$  et  $L$  sont respectivement la résistance de l'induit et l'inductance du moteur,

$K_m$  et  $K_e$  sont les constantes du couple et de la force contre électromotrice.

**On prendra** :  $K_e.K_m = K_c^2$ ,

$r = 0,03$ : rapport de réduction global,

$J$ : moment d'inertie équivalent ramené à l'arbre moteur de l'ensemble,

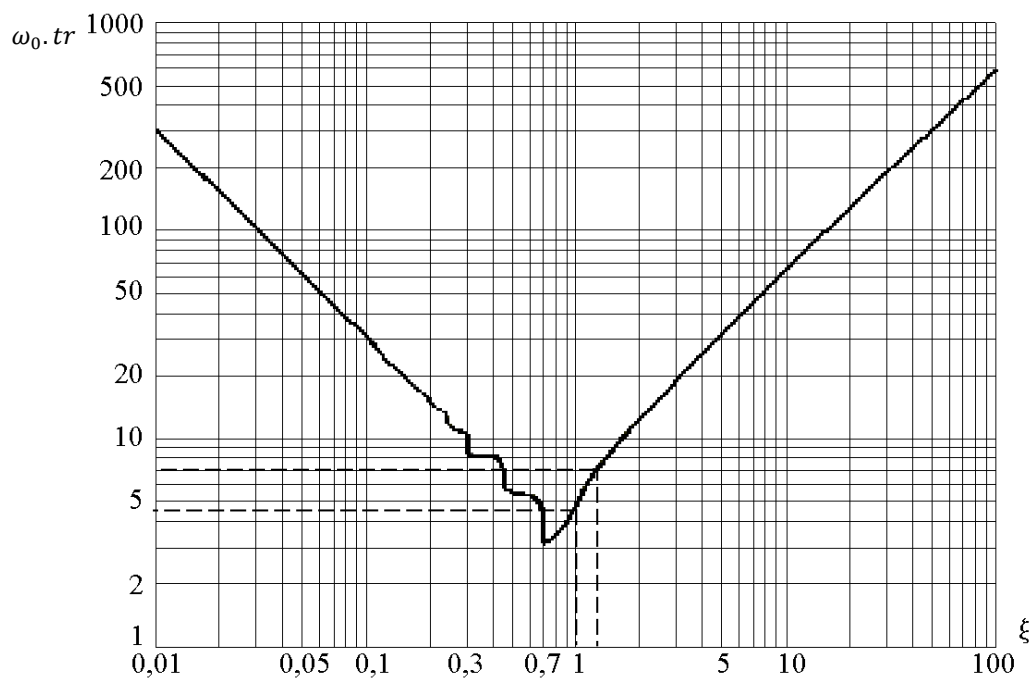
$f$ : coefficient de frottement visqueux ramené à l'arbre moteur,

$K$ : la raideur de l'objet à saisir,  $K = 10^4 \text{ N. m}^{-1}$ ,

La fonction de transfert du correcteur est notée  $R_1(p)$ .

On suppose que le début du contact entre l'objet à pincer et les doigts a lieu à  $t = 0$ . De ce fait, toutes les conditions initiales sont nulles.

On donne à la **Figure 09**, l'abaque du temps de réponse réduit en fonction de l'amortissement  $\xi$  ( $\omega_0.tr(5\%) = f(\xi)$ ).



**Figure 09** – Abaque temps de réponse réduit d'un système de second ordre

## Partie A : Conception Mécanique & Mécanique des Solides Indéformables

### Section A.I- Conception Mécanique

A.1.-A.6. Compléter le diagramme des chaînes d'énergie et d'informations, en indiquant sur la **Figure 1** les organes intervenants dans le fonctionnement d'une main humaine.

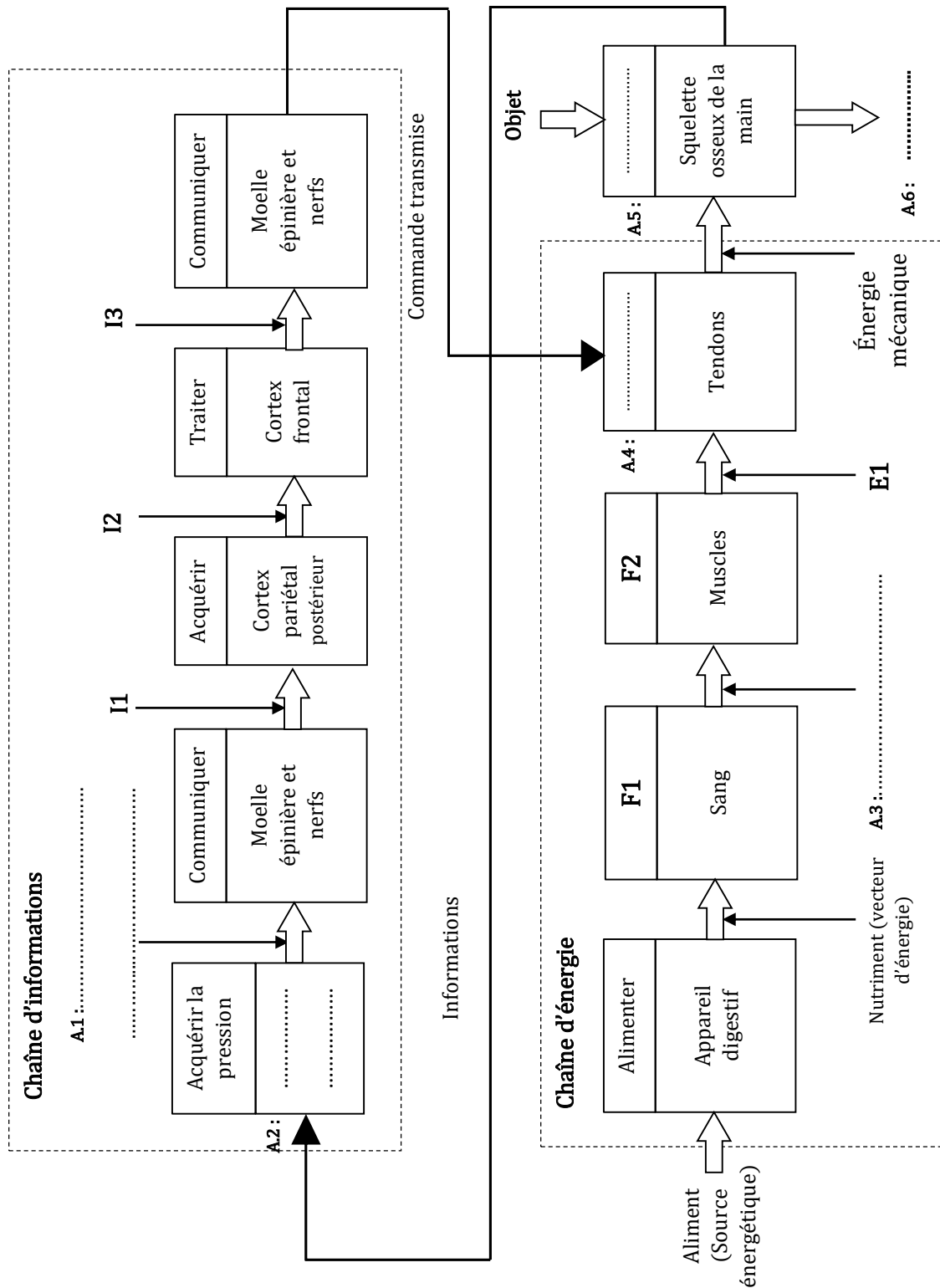


Figure 1 - Diagramme des chaînes d'énergie et d'informations

**A.7.** Parmi les organes listés précédemment (*Questions A.1-A.6*), préciser celui qui manque dans la chaîne d'informations chez une personne amputée. Indiquer la différence de comportement lors de la prise d'un objet, entre une main saine et une main amputée équipée d'une prothèse Myoélectrique.

.....

.....

.....

.....

.....

**A.8-A.13.** En se basant sur le diagramme des chaînes d'énergie et d'informations (*Questions A.1-A.6*), compléter le **Tableau-1**.

**Tableau - 1** Désignation du diagramme des chaînes d'énergie et d'informations à compléter

Chaîne d'informations		
N°	Référence	Désignation
A.8 :	I1	.....
A.9 :	I2	.....
A.10 :	I3	.....
Chaîne d'énergie		
N°	Référence	Désignation
A.11 :	E1	.....
A.12 :	F1	.....
A.13 :	F2	.....

**A.14.** En se basant sur le document technique "DT-01", compléter le **Tableau-2**, en spécifiant la nature de l'élément (guidage, transmission ou liaison). Répondre en cochant la case correspondante à la bonne réponse.

**Tableau - 2** Composants de la main prothétique

Référence	Désignation	Élément de		
		Guidage	Transmission	Liaison
$A_{r1}$	Articulation métacarpo-phalangienne			
$A_{r2}$	Articulation phalangienne			
	Phalangette			
	Phalange distale			



A.18. Quelle est alors l'expression analytique de la distance  $x = \|\overrightarrow{AB}\|$  qui sépare  $A$  de  $B$  ?

La **Figure 2** est une représentation graphique, obtenue par simulation numérique des mouvements de l'index, montrant la sensibilité de  $x$  à la rotation  $\theta_3$  ( $x = \|\overrightarrow{AB}\|$ ).

Pour pincer un objet cylindrique de diamètre  $D_0$ , entre l'index (**S7**) et la paume (**S0**) il serait nécessaire que la condition :  $(0,9D_0 \leq x \leq 1,1D_0)$  soit satisfaite.

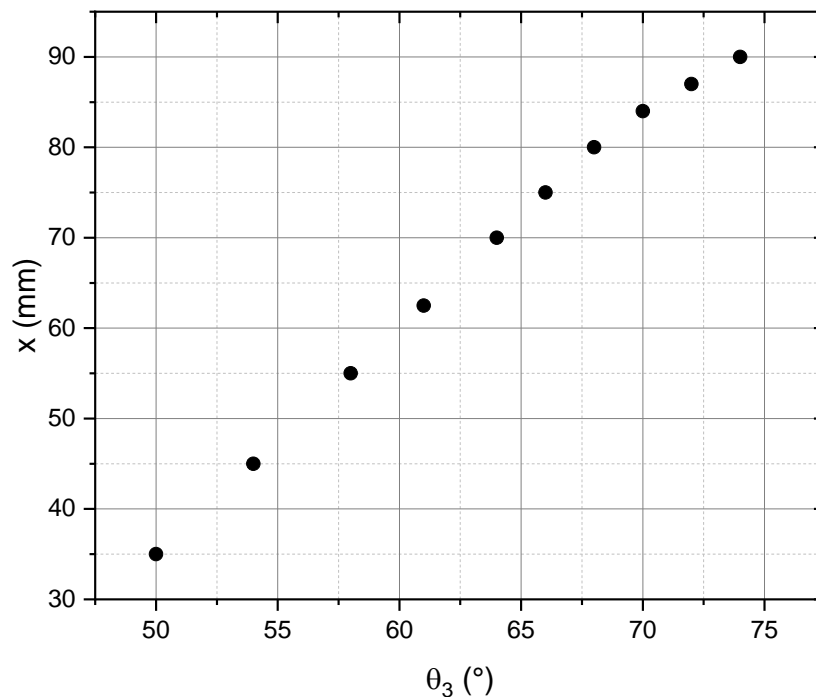


Figure 2 - Écartement  $x$  en fonction de l'angle  $\theta_3$

A.19. Exploiter la **Figure 2** pour établir la loi exprimant  $x$  en fonction de  $\theta_3$ .

**A.20.** Déterminer alors les valeurs limites de  $x$  et de l'angle  $\theta_3$  qui correspondent au pincement d'une canette diamètre  $D = D_0 = 66 \text{ mm}$  (**Tableau-3.**).

.....

.....

**Tableau - 3** Distances entre A et B et angles correspondants

$x \text{ (mm)} \text{ (AN)}$		$\theta_3 \text{ (}^\circ\text{)} \text{ (AN)}$	
$x_{min}$	.....	$\theta_{3 \text{ min}}$	.....
$x_{max}$	.....	$\theta_{3 \text{ max}}$	.....

### ◆ A.II.2 Étude cinématique

Avec l'étude cinématique, on cherche à établir les lois de distribution des vitesses associées aux mouvements des principaux solides constituant l'index.

**A.21.** Exprimer, dans la base locale  $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3)$ , le torseur cinématique au point  $J$  associé au mouvement du solide (**S3**) par rapport à la paume de la main (**S0**).

.....

.....

.....

**A.22.** Déduire la vitesse du point  $F$  par rapport à (**S0**).

.....

.....

.....

**A.23.** Utiliser la base locale  $B_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4)$ , pour exprimer le torseur cinématique au point  $A$  représentant le mouvement du solide (**S4**) par rapport au solide (**S0**).

.....

.....

.....

**A.24.** Déduire la vitesse du point  $G$  par rapport à (**S0**).

.....

.....

**A.25.** Le pincement d'un objet est réalisé en rapprochant le bout  $B$  de l'index, du point  $A$  de la paume. Utiliser les réponses aux questions **A.19 –A.20** pour exprimer la vitesse  $\dot{x}$  correspondant à la phase de pincement d'un objet, en fonction de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_3$ . Justifier.

.....

.....

.....

.....

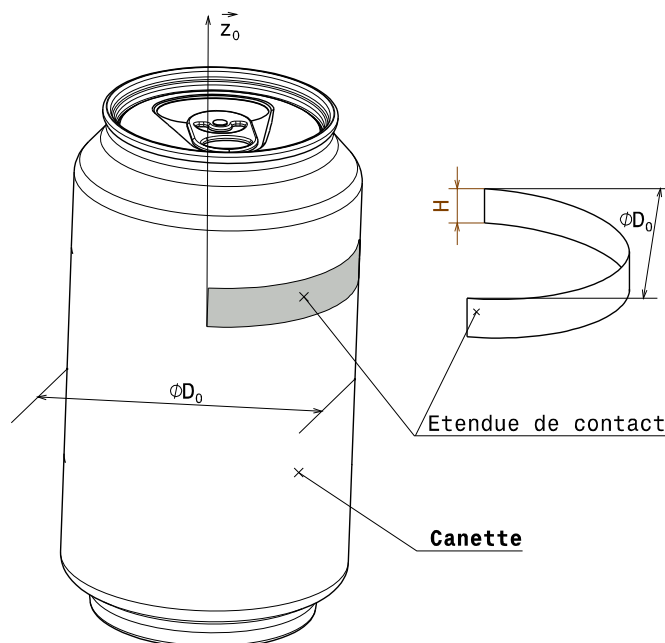
### ◆ A.II.3 Force de maintien d'un objet de forme cylindrique

Dans cette section, on s'intéressera aux conditions de pincement et de maintien d'une canette cylindrique de diamètre  $D_0$  et de masse  $M_0$  entre l'index et la paume (**S0**) en gardant l'axe de la canette à la verticale comme le montre la **Figure 3**. L'étendue de contact entre la main prothétique et la canette à saisir réalisé par l'index et la paume, est assimilée à une bande demi-cylindrique de hauteur  $H$  et de même diamètre  $D_0$  que l'objet saisi.

Dans la configuration de la **Figure 3**, la canette à saisir sera soumise aux actions mécaniques suivantes :

- Le poids propre de la canette résultant de l'accélération de la pesanteur :  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$
- La pression  $P_0$  générée au niveau de la surface de contact  $S_e$ , qu'exercent l'index et la paume de la main sur la canette est supposée uniforme sur la totalité de l'étendue de contact de la surface  $S_e$ .
- La force de résistance au glissement est exprimée par la relation :  $\vec{T} = fP_0S_e\vec{z}_0$

On donne :  $M_0 = 1,0 \text{ Kg}$  ;  $H = 25 \text{ mm}$  ;  $D_0 = 66 \text{ mm}$  ;  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $f = 0,25$



**Figure 3** -Étendue de contact de l'index et de la paume avec l'objet à saisir

**A.26.** Déterminer la pression minimale  $P_{0min}$  que doit développer la main prothétique pour garantir le maintien à l'équilibre de la canette par pincement entre l'index (**S7**) et la paume de la main (**S0**) (**AN**).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

On se propose d'évaluer le risque qu'engendre une chute de la pression de contact, quand elle passe brusquement en dessous de  $P_{0min}$  pour prendre une nouvelle valeur  $P_{0c}$ . Cela provoque un glissement de l'étendue de contact vers le haut de la canette. Ce glissement est équivalent à un déplacement vertical suivant  $(-\vec{z}_0)$  de l'objet saisi.

**A.27.** Appliquer le théorème de la résultante dynamique à la canette, en projection suivant l'axe vertical  $\vec{z}_0$ , pendant la phase de glissement.

.....

.....

**A.28.** Dédire la composante suivant  $\vec{z}_0$  de l'accélération de la canette en fonction de  $f$ ,  $P_{0c}$ ,  $D_0$ ,  $H$ ,  $M_0$  et  $g$ , avec  $P_{0c} = 12000 \text{ Pa}$  (**AN**).

.....

.....

.....

**A.29.** Déterminer la vitesse de glissement de la canette par rapport à la main prothétique, en l'exprimant en fonction du temps et des données  $f$ ,  $P_{0c}$ ,  $D_0$ ,  $H$ ,  $M_0$  et  $g$  (**AN**).

.....

.....

.....

Pour des raisons diverses, le patient n'aura pas les moyens pour exiger une main prothétique susceptible de pincer des objets de formes cylindriques en développant des pressions supérieures ou égales à  $P_{0min}$ . Il désire plutôt maintenir la prothèse délivrant  $P_{0c}$  moyennant des améliorations sur les conditions d'adhérence de la main prothétique et les objets saisis.

**A.30.** Quelles seront les alternatives de solutions à proposer pour répondre à ce critère ? Justifier la solution retenue.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### ◆ A.II.4 Étude énergétique

L'objectif de cette section consiste à évaluer le couple que doit fournir l'actionneur (**M**) pour la mise en mouvement de l'index de la main prothétique dans le plan horizontal parallèle à  $\pi_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

Le couple moteur exercé par l'actionneur (**M**) à l'arbre (**S1**) admet pour expression :

$$\vec{C}_M = C_m \vec{z}_0$$

Ce couple permet de mettre en mouvement l'index de la main prothétique dans le plan horizontal parallèle à  $\pi_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Les masses des pièces (**S2**), (**S4**), (**S6**), (**S5**) et (**S7**) sont négligées. Toutes les liaisons entre les composants de l'index sont supposées parfaites.

L'arbre (**S1**) de l'actionneur (**M**) est caractérisé par une masse  $M_1$ , un centre d'inertie  $G_1$  et une matrice centrale d'inertie  $[I_{G_1}]$ . Ses caractéristiques inertielles sont définies par :

$$\vec{OG}_1 = a_1 \vec{z}_0 \quad \text{et} \quad [I_{G_1}] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{(G_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$$

La phalange (**S3**) est caractérisée par une masse  $M_3$ , un centre d'inertie  $G_3$  et une matrice centrale d'inertie  $[I_{G_3}]$ . Ses caractéristiques inertielles sont définies par :

$$\vec{JG}_3 = a_3 \vec{x}_3 + b_3 \vec{y}_3 + c_3 \vec{z}_0 \quad \text{et} \quad [I_{G_3}] = \begin{bmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(G_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)}$$

Avec  $a_1, a_3, b_3$  et  $c_3$  sont des constantes dimensionnelles.



## Partie B : Automatique

### ◆ Section B.I- Étude du circuit d'affichage des signaux de commande des doigts

L'objectif de ce circuit est de pouvoir afficher les signaux de commande des moteurs placés au niveau des différents doigts de la prothèse, afin de vérifier leur émission.

#### Principe de l'affichage

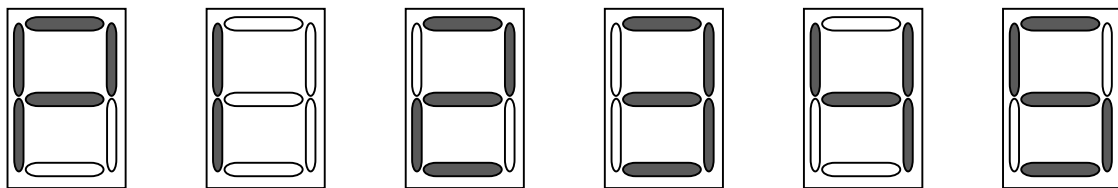
On désire avoir les affichages définis sur la **Figure 4**. Lorsque l'électrode détecte un signal électrique pour commander la fermeture du pouce, l'afficheur indique la lettre **P**.

La détection d'un signal électrique pour commander la fermeture de l'index est affichée par la lettre **I**.

Si l'on détecte les signaux pour commander la fermeture du pouce et de l'index, l'afficheur indique le chiffre **2**.

Si l'on détecte les signaux électriques pour commander la fermeture d'un, de deux ou de trois doigts (majeur, annulaire, auriculaire), signal (**S = 1**), l'afficheur indique le chiffre **3**.

Si l'on détecte les signaux électriques (**S et P**) ou (**S et I**) l'afficheur montre le chiffre **4**. Enfin, pour les signaux commandant la fermeture des 5 doigts, l'afficheur fait apparaître le chiffre **5**.



**Figure 4** –Les différents états de l'afficheur suivant les signaux détectés

**B.1- B.7.** Compléter la table de vérité suivante :

Questions			B.1	B.2	B.3	B.4	B.5	B.6	B.7
			a	b	c	d	e	f	g
Entrées	P	I	S						
	0	0	0						
	0	0	1						
	0	1	0						
	0	1	1						
	1	0	0						
	1	0	1						
	1	1	0						
	1	1	1						

**B.8-B.14** Compléter les tableaux de Karnaugh correspondants aux différents segments de l'afficheur. Déterminer les équations simplifiées (*Ne pas mettre en facteur*).

B.8 : Sortie a				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

a = .....

B.9 : Sortie b				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

b = .....

B.10 : Sortie c				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

c = .....

B.11 : Sortie d				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

d = .....

B.12 : Sortie e				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

e = .....

B.13 : Sortie f				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

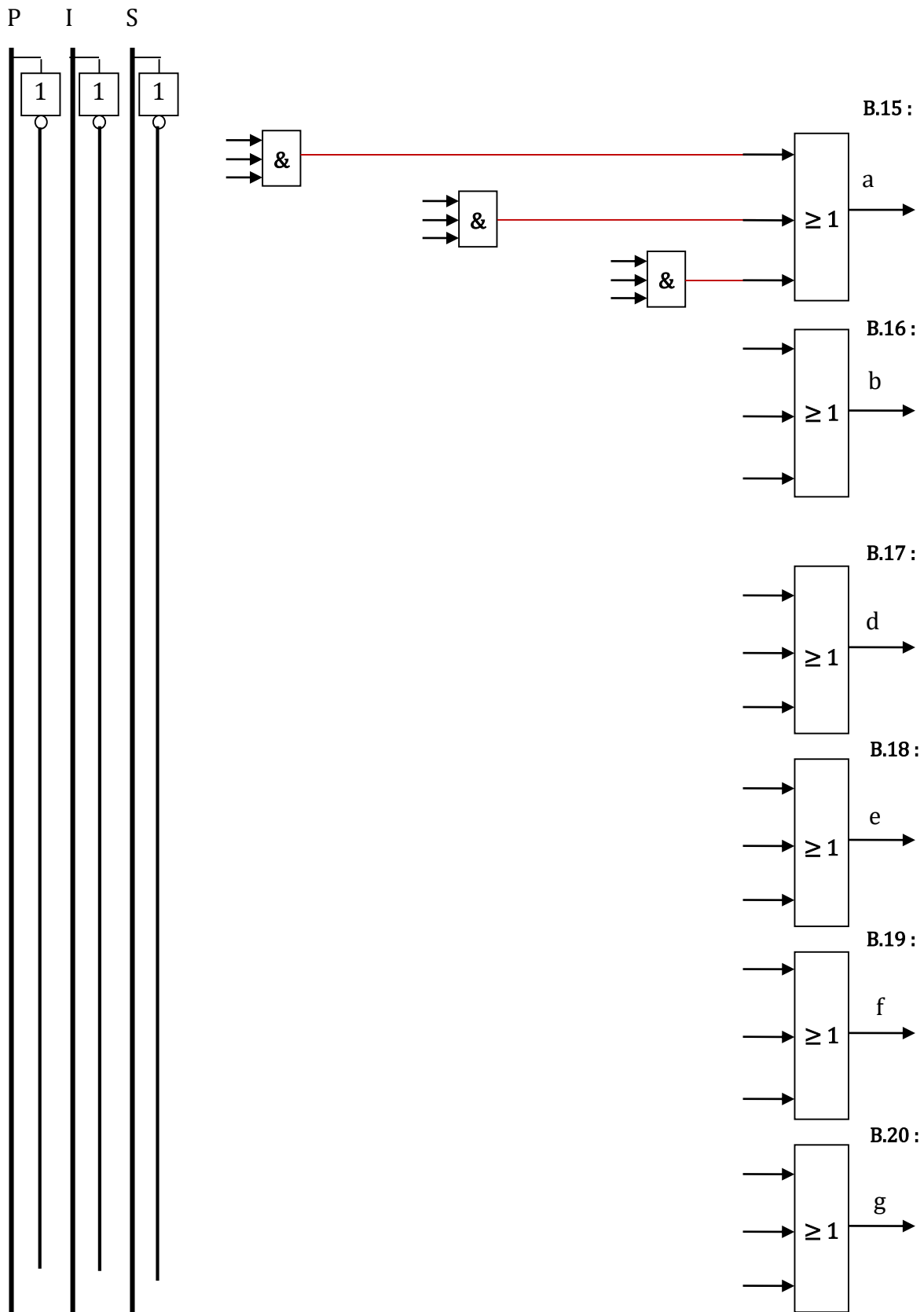
f = .....

B.14 : Sortie g				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

g = .....

**B.15-B.20** Compléter le logigramme relatif aux sorties (a, b, d, e, f et g), en utilisant seulement des opérateurs logiques de base à 3 entrées.

**NB :** Une Entrée libre vaut « 0 » logique. Chaque sortie doit être représentée indépendamment des autres.



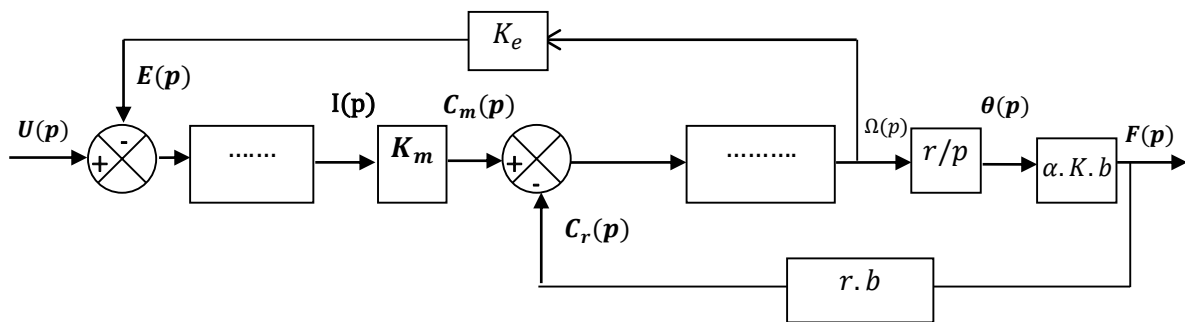
◆ Section B.II- Étude du système de serrage

**Cahier des charges :** Pour pallier la perte de sensation tactile du patient porteur de la prothèse Myoélectrique, la réponse en effort de serrage doit être suffisamment amortie : aucun dépassement et un temps de réponse à 5 % compris entre 100 ms et 400 ms, avec une erreur de position nulle et une erreur de vitesse inférieure à 10%.

On se propose dans cette section, d'étudier la dynamique du serrage d'un objet et d'analyser les solutions techniques mises en jeu pour répondre aux exigences du cahier des charges.

Afin d'améliorer le comportement lors de la saisie d'un objet, l'effort de serrage doit être modulé en fonction de la volonté du patient, c'est-à-dire en fonction de l'amplitude des contractions musculaires détectées par les électrodes Myoélectriques: un asservissement de position est utilisé pour réguler l'effort de serrage.

**B.21** Compléter le schéma bloc de la **Figure 5**.



**Figure 5** –Schéma fonctionnel de la motorisation avec serrage

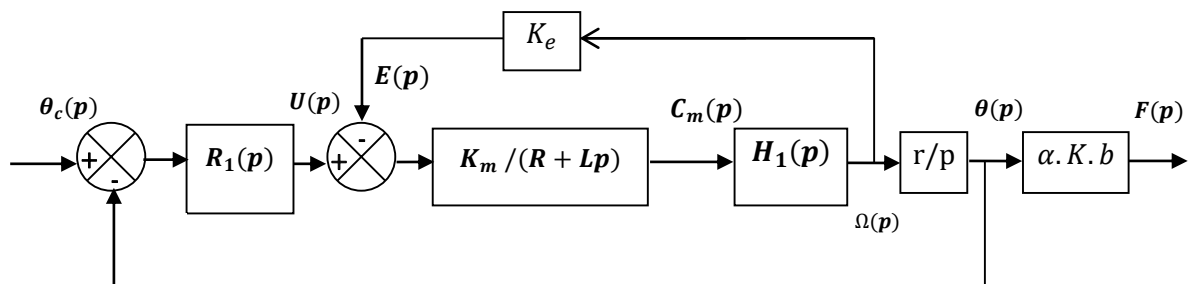
**B.22** Déduire l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_1(p)$  sous la forme suivante :

$$H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \frac{K_1 p}{1 + Bp + Ap^2}$$

.....  
 .....

$$H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \dots\dots\dots$$

Dans la suite, on considèrera le schéma bloc de l'asservissement de la **Figure 6**.



**Figure 6** –Schéma fonctionnel de l'asservissement

B.23 Le schéma bloc de l'asservissement de la Figure 6, peut être présenté par la Figure 7. Donner alors l'expression de  $H_2(p)$  sous la forme :

$$H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_2 p}{1 + Cp + Dp^2 + Ep^3}$$

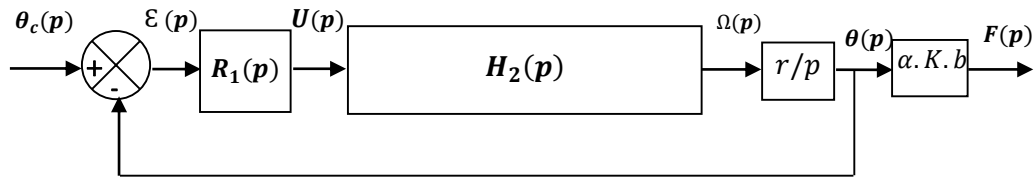


Figure 7 -Schéma fonctionnel simplifié de l'asservissement

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \dots\dots\dots$$

B.24 Préciser l'expression de  $K_2$  et exprimer  $C, D$  et  $E$  en fonction de  $A, B$  et des autres paramètres.

$K_2 =$  .....  $C =$  .....

$D =$  .....  $E =$  .....

Les calculs numériques ont permis d'obtenir l'expression de  $H_2(p)$  sous la forme :

$$H_2(p) = \frac{16,2p}{\left(1 + \frac{p}{33500}\right)\left(1 + \frac{p}{60}\right)\left(1 + \frac{p}{12}\right)}$$

B.25 Montrer que le système (machine à courant continu) décrit par  $H_2(p)$  est **bien stable**

.....

.....

*Dans la suite, on négligera la constante du temps la plus petite. Cette hypothèse sera vérifiée si cette constante de temps négligée est bien inférieure au temps de réponse du système demandé.*

L'expression simplifiée de  $H_2(p)$  est donnée par :

$$H_2(p) = \frac{16,2p}{\left(1 + \frac{p}{60}\right)\left(1 + \frac{p}{12}\right)}$$

**B.26** Déterminer la fonction de transfert du système en boucle ouverte  $H_3(p)$ .

.....  
 .....

$$H_3(p) = \frac{\theta(p)}{\varepsilon(p)} = \dots\dots\dots$$

**B.27** En prenant  $R_1(p) = K_p \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p}$ , avec  $K_p > 0$  et  $\tau_i > 0$ , déterminer  $\tau_i$  afin d'éliminer la constante du temps la plus grande. Donner alors la nouvelle expression de  $H_3(p)$ .

.....  
 .....

$$H_3(p) = \frac{\theta(p)}{\varepsilon(p)} = \dots\dots\dots$$

**B.28** Pour cette valeur de  $\tau_i$ , déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée  $H_4(p)$  sous forme canonique.

.....  
 .....

$$H_4(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{\dots\dots\dots}{1 + \dots\dots\dots}$$

**B.29** Conclure quant à la stabilité du système en le justifiant.

.....  
 .....

**B.30** Déterminer les erreurs statiques unitaires de position  $\varepsilon_p(\infty)$  et de vitesse  $\varepsilon_v(\infty)$  en fonction de  $K_p$ .

.....  
 .....

**B.31** Quelle condition doit-on imposer sur  $K_p$  pour avoir  $\varepsilon_v(\infty) < 10\%$  ?

.....  
 .....  
 .....

**B.32** Déterminer la fonction de transfert du système sous forme canonique  $H_5(p)$ .

.....  
 .....

$$H_5(p) = \frac{F(p)}{\theta_c(p)} = \frac{\dots \dots \dots}{1 + \dots \dots \dots}$$

**B.33** Déduire les expressions de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement en fonction de  $K_p$ , ainsi que l'expression et la valeur numérique du gain.

$\omega_0 =$  .....

$\xi =$  .....

$K_5 =$  ..... AN:  $K_5 =$  .....

**B.34** On souhaite avoir une réponse en effort de serrage qui soit la plus rapide sans dépassement. Déterminer dans ces conditions la valeur de  $K_p$ .

.....  
 .....

**B.35** En utilisant l'abaque de la **Figure 09**, déterminer les temps de réponse à 5% pour que  $K_p$  vérifie une réponse en effort sans dépassement avec une erreur de vitesse inférieure à 10%.

.....  
 .....

.....  
 .....

.....  
 .....

.....  
 .....

**B.36** Conclure quant au cahier des charges exigées.

.....  
 .....

**B.37** L'hypothèse de négliger la constante de temps la plus petite est-elle justifiée ?

.....  
 .....

H

G

F

E

D

C

B

A

Canette

POUCE

ANNULAIRE

MAJEUR

INDEX

Phalangette

Phalange

Phalange

Phalange distale

PAUME DE LA MAIN

Ar2

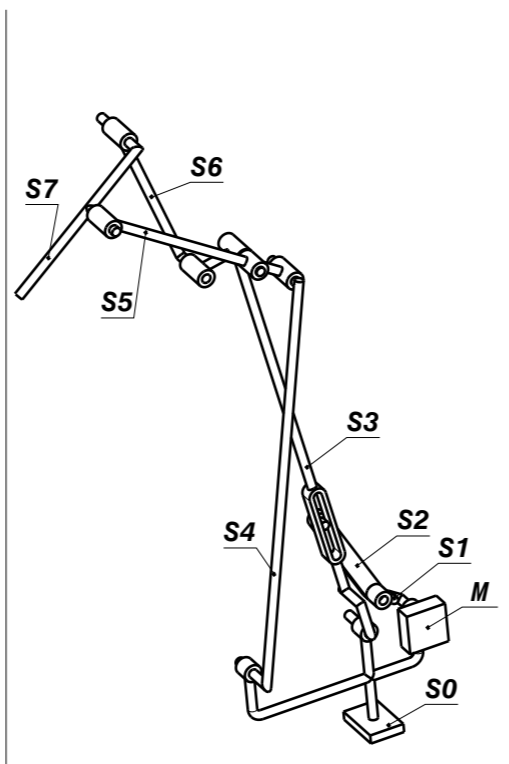
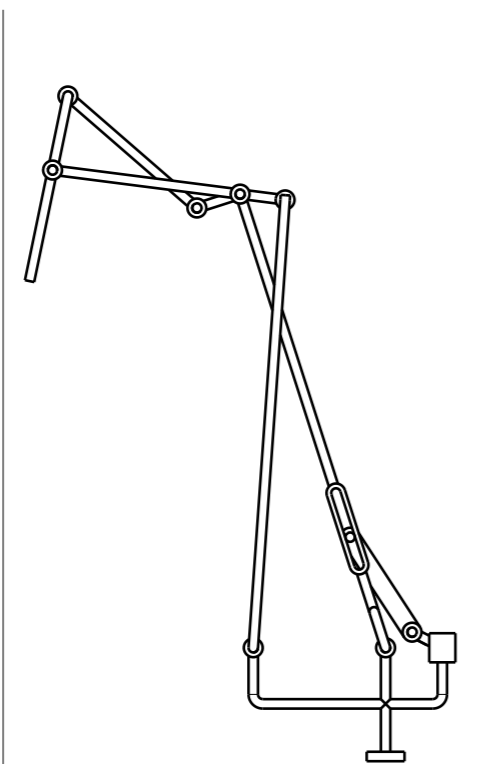
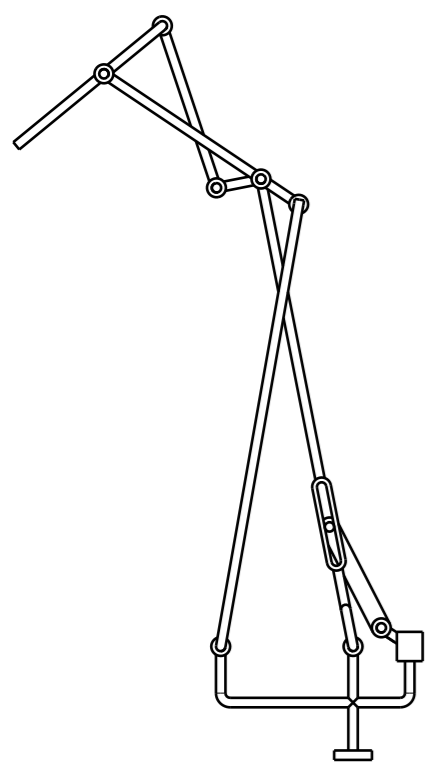
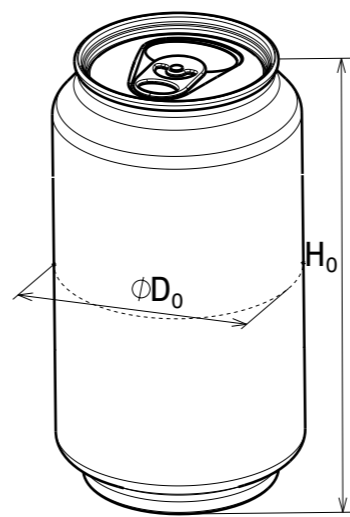
Ar1

Phalange proximale

Métacarpe

POGNET

POUCE



Echelle 1:1	<b>Main Myoélectrique</b>	Session 2023
		Format A3
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs		
Concours MP-PC - S.T.A	Etude d'une Main Myoélectrique	DT-01

H

G

B

A

4

4

3

3

2

2

1

1



Signature des enseignants

**Concours Nationaux d'Entrée aux  
Cycles de Formation d'Ingénieurs**

Session : 2023

Concours : MP-PC

Épreuve de : **Systèmes Techniques  
Automatisés**

Date : **Vendredi 02 Juin 2023  
à 8H 00**

Durée : **3 Heures**

**Document Réponses**

**Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles  
de Formation d'Ingénieurs**

Session : 2023

Concours : MP-PC

Épreuve de : **Systèmes Techniques  
Automatisés**

Date : **Vendredi 02 Juin 2023 à 8H 00**  
Durée : **3Heures**

Nom : .....

Prénom : .....

Date & Lieu de naissance : .....

Établissement d'origine : .....

N° C.I.N ou N° du Passeport pour les étrangers :

--	--	--	--	--	--	--	--

Série : 

--	--	--

Identifiant : 

--	--	--	--	--	--

<i>Ne rien écrire ici</i>
-------------------------------

Nombre de Cahiers remis
<b>01</b>

Nombre de Cahiers remis
<b>01</b>

<i>Ne rien écrire ici</i>
-------------------------------

# Dossier

## Document Réponses

- ◆ Ce dossier comporte 16 pages numérotées de 1 à 16
  - **Partie A- C.M & M.S.I** : Page 1/16 à 9/16
  - **Partie B- Automatique** : Page 10/16 à 16/16

### Recommandations aux candidats

- ◆ Si le texte du sujet, de ses questions ou de ses données vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (les) mentionner explicitement dans votre copie.
- ◆ Un seul document réponses est fourni au candidat.
- ◆ Le candidat doit rendre obligatoirement le document réponses avant de quitter la salle d'Examen.
- ◆ Le document réponses doit être rendu en intégralité (*aucune feuille ne doit être supprimée*).
- ◆ Toute suppression de feuilles du document réponses est considérée comme **tentative de fraude**.
- ◆ Le renouvellement ou la reproduction de ce dossier sont strictement interdits.

## Partie A : Conception Mécanique & Mécanique des Solides Indéformables

### Section A.I- Conception Mécanique

A.1.-A.6. Compléter le diagramme des chaînes d'énergie et d'informations, en indiquant sur la **Figure 1** les organes intervenants dans le fonctionnement d'une main humaine.

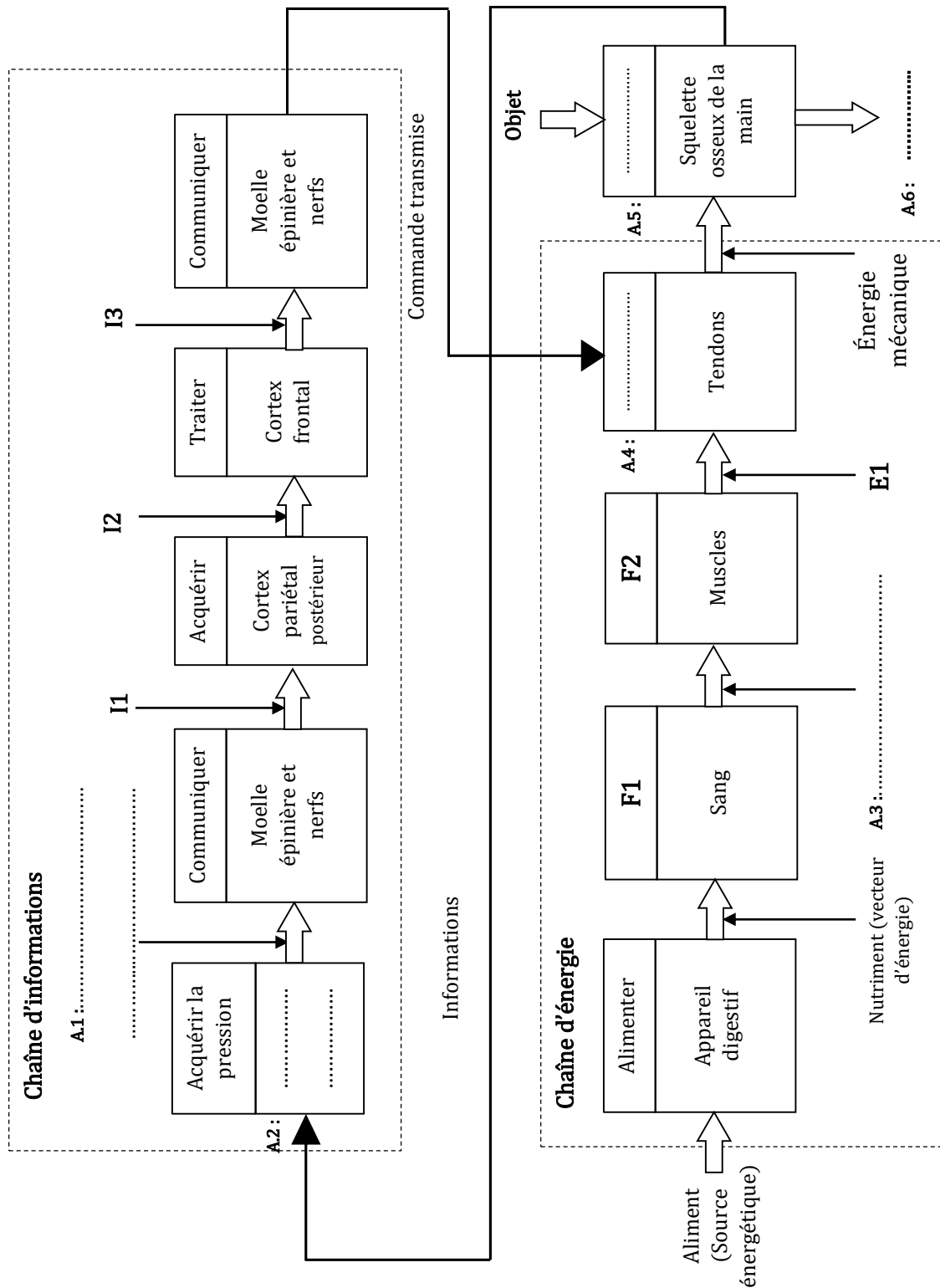


Figure 1 - Diagramme des chaînes d'énergie et d'informations

**A.7.** Parmi les organes listés précédemment (*Questions A.1-A.6*), préciser celui qui manque dans la chaîne d'informations chez une personne amputée. Indiquer la différence de comportement lors de la prise d'un objet, entre une main saine et une main amputée équipée d'une prothèse Myoélectrique.

.....

.....

.....

.....

.....

**A.8-A.13.** En se basant sur le diagramme des chaînes d'énergie et d'informations (*Questions A.1-A.6*), compléter le **Tableau-1**.

**Tableau - 1** Désignation du diagramme des chaînes d'énergie et d'informations à compléter

Chaîne d'informations		
N°	Référence	Désignation
A.8 :	I1	.....
A.9 :	I2	.....
A.10 :	I3	.....
Chaîne d'énergie		
N°	Référence	Désignation
A.11 :	E1	.....
A.12 :	F1	.....
A.13 :	F2	.....

**A.14.** En se basant sur le document technique "DT-01", compléter le **Tableau-2**, en spécifiant la nature de l'élément (guidage, transmission ou liaison). Répondre en cochant la case correspondante à la bonne réponse.

**Tableau - 2** Composants de la main prothétique

Référence	Désignation	Élément de		
		Guidage	Transmission	Liaison
$A_{r1}$	Articulation métacarpo-phalangienne			
$A_{r2}$	Articulation phalangienne			
	Phalangette			
	Phalange distale			



A.18. Quelle est alors l'expression analytique de la distance  $x = \|\overrightarrow{AB}\|$  qui sépare  $A$  de  $B$  ?

La **Figure 2** est une représentation graphique, obtenue par simulation numérique des mouvements de l'index, montrant la sensibilité de  $x$  à la rotation  $\theta_3$  ( $x = \|\overrightarrow{AB}\|$ ).

Pour pincer un objet cylindrique de diamètre  $D_0$ , entre l'index (**S7**) et la paume (**S0**) il serait nécessaire que la condition :  $(0,9D_0 \leq x \leq 1,1D_0)$  soit satisfaite.

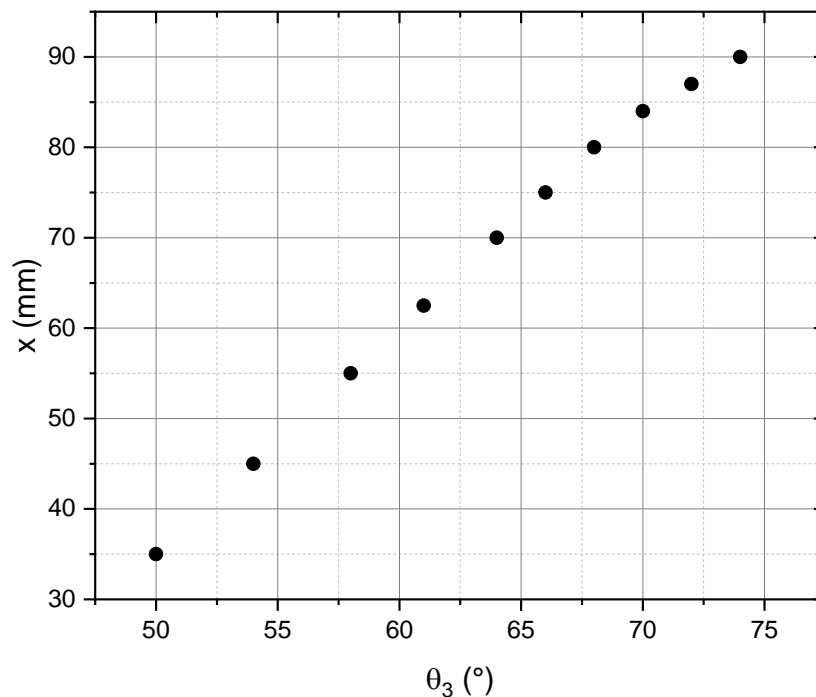


Figure 2 - Écartement  $x$  en fonction de l'angle  $\theta_3$

A.19. Exploiter la **Figure 2** pour établir la loi exprimant  $x$  en fonction de  $\theta_3$ .

**A.20.** Déterminer alors les valeurs limites de  $x$  et de l'angle  $\theta_3$  qui correspondent au pincement d'une canette diamètre  $D = D_0 = 66 \text{ mm}$  (**Tableau-3.**).

.....

.....

**Tableau - 3** Distances entre A et B et angles correspondants

$x \text{ (mm)} \text{ (AN)}$		$\theta_3 \text{ (}^\circ\text{)} \text{ (AN)}$	
$x_{min}$	.....	$\theta_{3 \text{ min}}$	.....
$x_{max}$	.....	$\theta_{3 \text{ max}}$	.....

### ◆ A.II.2 Étude cinématique

Avec l'étude cinématique, on cherche à établir les lois de distribution des vitesses associées aux mouvements des principaux solides constituant l'index.

**A.21.** Exprimer, dans la base locale  $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3)$ , le torseur cinématique au point  $J$  associé au mouvement du solide (**S3**) par rapport à la paume de la main (**S0**).

.....

.....

.....

**A.22.** Déduire la vitesse du point  $F$  par rapport à (**S0**).

.....

.....

.....

**A.23.** Utiliser la base locale  $B_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4)$ , pour exprimer le torseur cinématique au point  $A$  représentant le mouvement du solide (**S4**) par rapport au solide (**S0**).

.....

.....

.....

**A.24.** Déduire la vitesse du point  $G$  par rapport à (**S0**).

.....

.....

**A.25.** Le pincement d'un objet est réalisé en rapprochant le bout  $B$  de l'index, du point  $A$  de la paume. Utiliser les réponses aux questions **A.19 –A.20** pour exprimer la vitesse  $\dot{x}$  correspondant à la phase de pincement d'un objet, en fonction de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_3$ . Justifier.

.....

.....

.....

.....

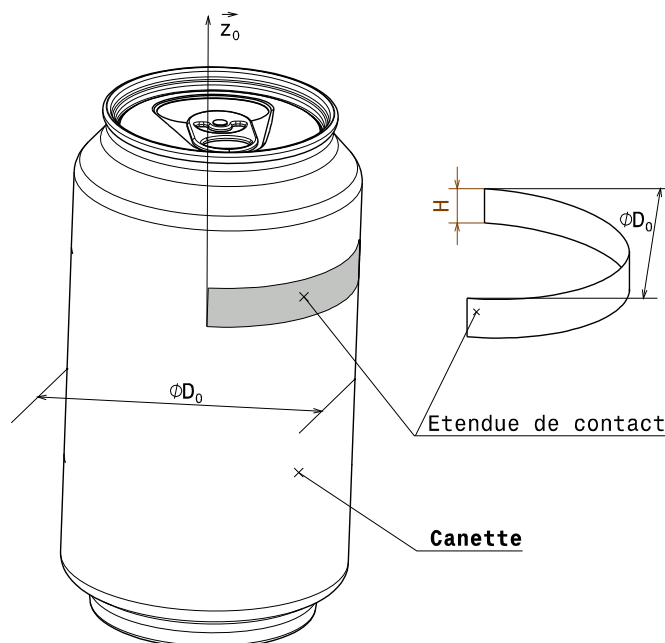
### ◆ A.II.3 Force de maintien d'un objet de forme cylindrique

Dans cette section, on s'intéressera aux conditions de pincement et de maintien d'une canette cylindrique de diamètre  $D_0$  et de masse  $M_0$  entre l'index et la paume (**S0**) en gardant l'axe de la canette à la verticale comme le montre la **Figure 3**. L'étendue de contact entre la main prothétique et la canette à saisir réalisé par l'index et la paume, est assimilée à une bande demi-cylindrique de hauteur  $H$  et de même diamètre  $D_0$  que l'objet saisi.

Dans la configuration de la **Figure 3**, la canette à saisir sera soumise aux actions mécaniques suivantes :

- Le poids propre de la canette résultant de l'accélération de la pesanteur :  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$
- La pression  $P_0$  générée au niveau de la surface de contact  $S_e$ , qu'exercent l'index et la paume de la main sur la canette est supposée uniforme sur la totalité de l'étendue de contact de la surface  $S_e$ .
- La force de résistance au glissement est exprimée par la relation :  $\vec{T} = fP_0S_e\vec{z}_0$

On donne :  $M_0 = 1,0 \text{ Kg}$  ;  $H = 25 \text{ mm}$  ;  $D_0 = 66 \text{ mm}$  ;  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $f = 0,25$



**Figure 3** -Étendue de contact de l'index et de la paume avec l'objet à saisir



Pour des raisons diverses, le patient n'aura pas les moyens pour exiger une main prothétique susceptible de pincer des objets de formes cylindriques en développant des pressions supérieures ou égales à  $P_{0min}$ . Il désire plutôt maintenir la prothèse délivrant  $P_{0c}$  moyennant des améliorations sur les conditions d'adhérence de la main prothétique et les objets saisis.

**A.30.** Quelles seront les alternatives de solutions à proposer pour répondre à ce critère ? Justifier la solution retenue.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### ◆ A.II.4 Étude énergétique

L'objectif de cette section consiste à évaluer le couple que doit fournir l'actionneur (**M**) pour la mise en mouvement de l'index de la main prothétique dans le plan horizontal parallèle à  $\pi_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

Le couple moteur exercé par l'actionneur (**M**) à l'arbre (**S1**) admet pour expression :

$$\vec{C}_M = C_m \vec{z}_0$$

Ce couple permet de mettre en mouvement l'index de la main prothétique dans le plan horizontal parallèle à  $\pi_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Les masses des pièces (**S2**), (**S4**), (**S6**), (**S5**) et (**S7**) sont négligées. Toutes les liaisons entre les composants de l'index sont supposées parfaites.

L'arbre (**S1**) de l'actionneur (**M**) est caractérisé par une masse  $M_1$ , un centre d'inertie  $G_1$  et une matrice centrale d'inertie  $[I_{G_1}]$ . Ses caractéristiques inertielles sont définies par :

$$\vec{OG}_1 = a_1 \vec{z}_0 \quad \text{et} \quad [I_{G_1}] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{(G_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$$

La phalange (**S3**) est caractérisée par une masse  $M_3$ , un centre d'inertie  $G_3$  et une matrice centrale d'inertie  $[I_{G_3}]$ . Ses caractéristiques inertielles sont définies par :

$$\vec{JG}_3 = a_3 \vec{x}_3 + b_3 \vec{y}_3 + c_3 \vec{z}_0 \quad \text{et} \quad [I_{G_3}] = \begin{bmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(G_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)}$$

Avec  $a_1$ ,  $a_3$ ,  $b_3$  et  $c_3$  sont des constantes dimensionnelles.



## Partie B : Automatique

### ◆ Section B.I- Étude du circuit d'affichage des signaux de commande des doigts

L'objectif de ce circuit est de pouvoir afficher les signaux de commande des moteurs placés au niveau des différents doigts de la prothèse, afin de vérifier leur émission.

#### Principe de l'affichage

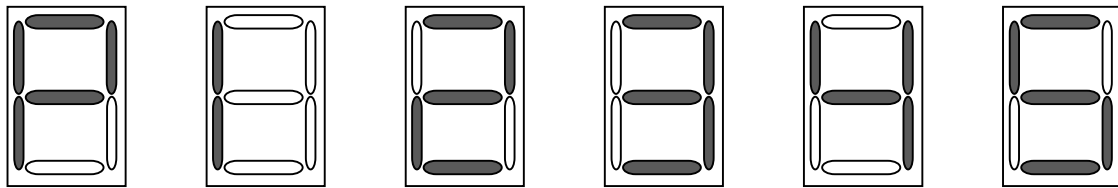
On désire avoir les affichages définis sur la **Figure 4**. Lorsque l'électrode détecte un signal électrique pour commander la fermeture du pouce, l'afficheur indique la lettre **P**.

La détection d'un signal électrique pour commander la fermeture de l'index est affichée par la lettre **I**.

Si l'on détecte les signaux pour commander la fermeture du pouce et de l'index, l'afficheur indique le chiffre **2**.

Si l'on détecte les signaux électriques pour commander la fermeture d'un, de deux ou de trois doigts (majeur, annulaire, auriculaire), signal (**S = 1**), l'afficheur indique le chiffre **3**.

Si l'on détecte les signaux électriques (**S et P**) ou (**S et I**) l'afficheur montre le chiffre **4**. Enfin, pour les signaux commandant la fermeture des 5 doigts, l'afficheur fait apparaître le chiffre **5**.



**Figure 4** – Les différents états de l'afficheur suivant les signaux détectés

**B.1- B.7.** Compléter la table de vérité suivante :

Questions			B.1	B.2	B.3	B.4	B.5	B.6	B.7
			a	b	c	d	e	f	g
P	I	S							
0	0	0							
0	0	1							
0	1	0							
0	1	1							
1	0	0							
1	0	1							
1	1	0							
1	1	1							

**B.8-B.14** Compléter les tableaux de Karnaugh correspondants aux différents segments de l'afficheur. Déterminer les équations simplifiées (*Ne pas mettre en facteur*).

B.8 : Sortie a				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

a = .....

B.9 : Sortie b				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

b = .....

B.10 : Sortie c				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

c = .....

B.11 : Sortie d				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

d = .....

B.12 : Sortie e				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

e = .....

B.13 : Sortie f				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

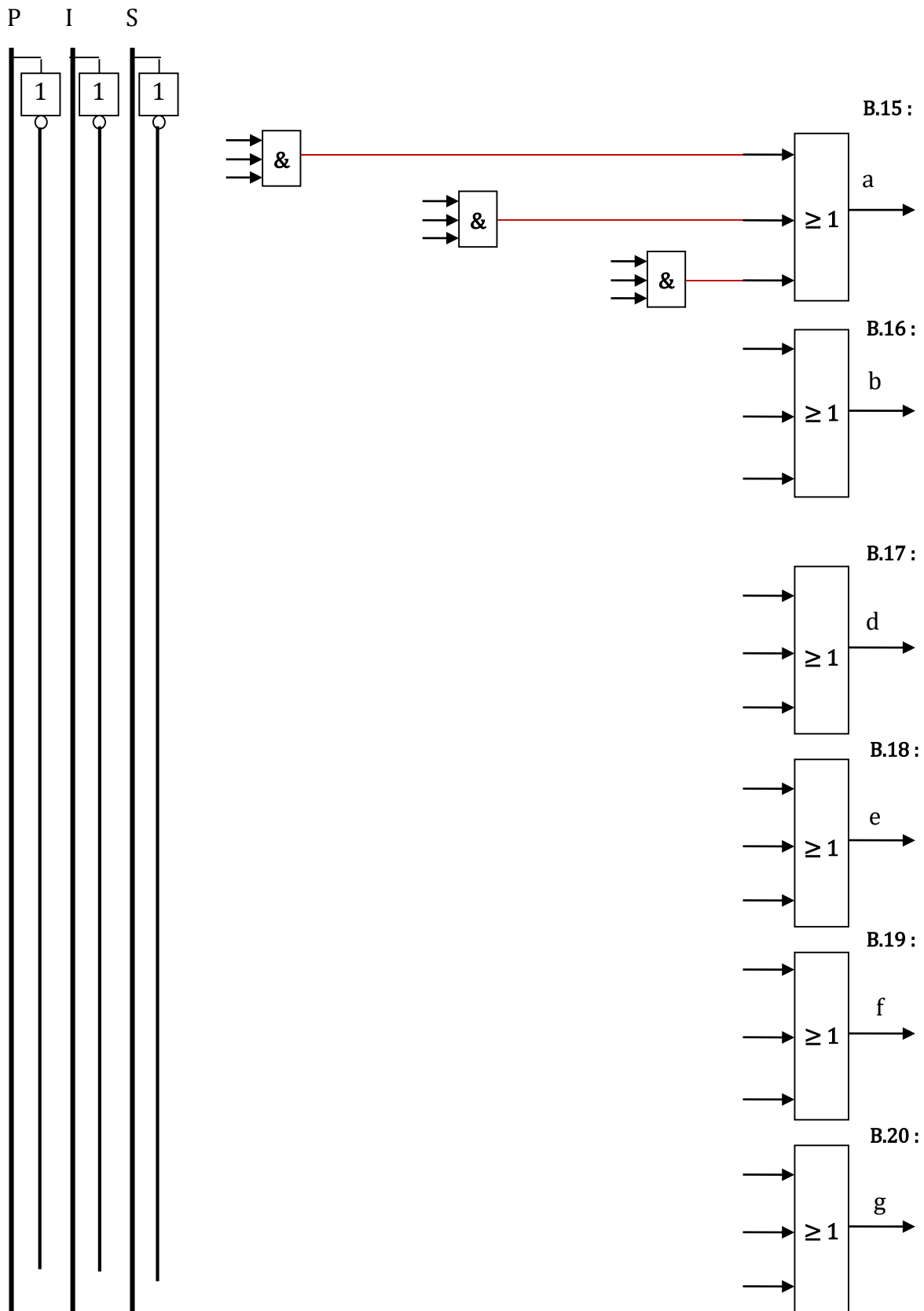
f = .....

B.14 : Sortie g				
S \ PI	00	01	11	10
0				
1				

g = .....

**B.15-B.20** Compléter le logigramme relatif aux sorties (a, b, d, e, f et g), en utilisant seulement des opérateurs logiques de base à 3 entrées.

**NB :** Une Entrée libre vaut « 0 » logique. Chaque sortie doit être représentée indépendamment des autres.



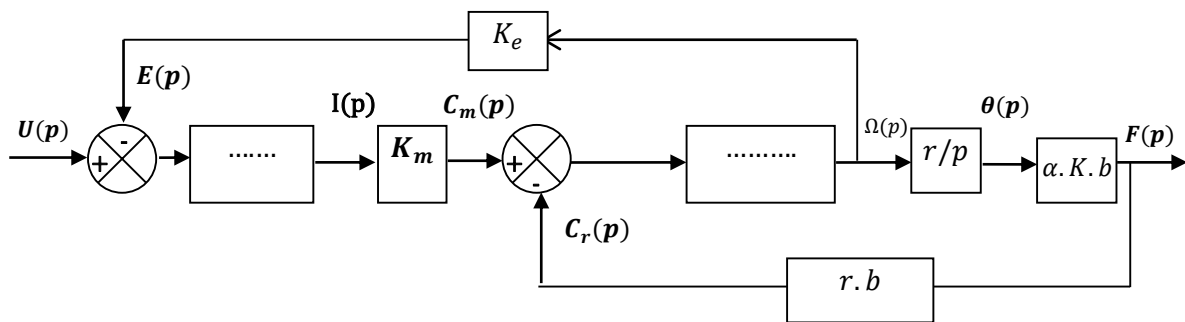
◆ Section B.II- Étude du système de serrage

**Cahier des charges :** Pour pallier la perte de sensation tactile du patient porteur de la prothèse Myoélectrique, la réponse en effort de serrage doit être suffisamment amortie : aucun dépassement et un temps de réponse à 5 % compris entre 100 ms et 400 ms, avec une erreur de position nulle et une erreur de vitesse inférieure à 10%.

On se propose dans cette section, d'étudier la dynamique du serrage d'un objet et d'analyser les solutions techniques mises en jeu pour répondre aux exigences du cahier des charges.

Afin d'améliorer le comportement lors de la saisie d'un objet, l'effort de serrage doit être modulé en fonction de la volonté du patient, c'est-à-dire en fonction de l'amplitude des contractions musculaires détectées par les électrodes Myoélectriques: un asservissement de position est utilisé pour réguler l'effort de serrage.

**B.21** Compléter le schéma bloc de la **Figure 5**.



**Figure 5** –Schéma fonctionnel de la motorisation avec serrage

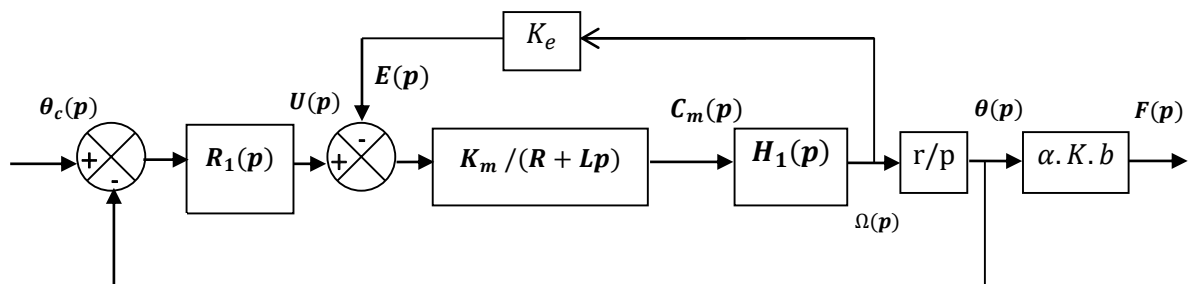
**B.22** Déduire l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_1(p)$  sous la forme suivante :

$$H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \frac{K_1 p}{1 + Bp + Ap^2}$$

.....  
 .....

$$H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \dots\dots\dots$$

Dans la suite, on considèrera le schéma bloc de l'asservissement de la **Figure 6**.



**Figure 6** –Schéma fonctionnel de l'asservissement

B.23 Le schéma bloc de l'asservissement de la Figure 6, peut être présenté par la Figure 7. Donner alors l'expression de  $H_2(p)$  sous la forme :

$$H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_2 p}{1 + Cp + Dp^2 + Ep^3}$$

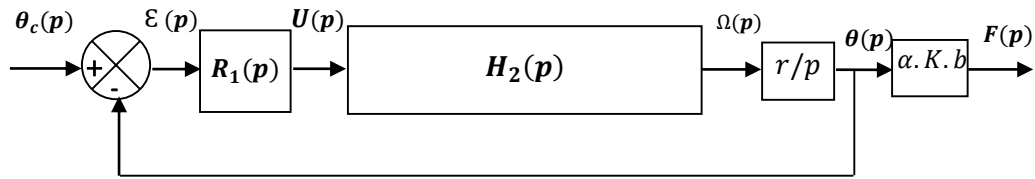


Figure 7 - Schéma fonctionnel simplifié de l'asservissement

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \dots\dots\dots$$

B.24 Préciser l'expression de  $K_2$  et exprimer  $C, D$  et  $E$  en fonction de  $A, B$  et des autres paramètres.

$K_2 =$  .....  $C =$  .....

$D =$  .....  $E =$  .....

Les calculs numériques ont permis d'obtenir l'expression de  $H_2(p)$  sous la forme :

$$H_2(p) = \frac{16,2p}{\left(1 + \frac{p}{33500}\right)\left(1 + \frac{p}{60}\right)\left(1 + \frac{p}{12}\right)}$$

B.25 Montrer que le système (machine à courant continu) décrit par  $H_2(p)$  est **bien stable**

.....

.....

*Dans la suite, on négligera la constante du temps la plus petite. Cette hypothèse sera vérifiée si cette constante de temps négligée est bien inférieure au temps de réponse du système demandé.*

L'expression simplifiée de  $H_2(p)$  est donnée par :

$$H_2(p) = \frac{16,2p}{\left(1 + \frac{p}{60}\right)\left(1 + \frac{p}{12}\right)}$$

**B.26** Déterminer la fonction de transfert du système en boucle ouverte  $H_3(p)$ .

.....  
 .....

$$H_3(p) = \frac{\theta(p)}{\varepsilon(p)} = \dots\dots\dots$$

**B.27** En prenant  $R_1(p) = K_p \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p}$ , avec  $K_p > 0$  et  $\tau_i > 0$ , déterminer  $\tau_i$  afin d'éliminer la constante du temps la plus grande. Donner alors la nouvelle expression de  $H_3(p)$ .

.....  
 .....

$$H_3(p) = \frac{\theta(p)}{\varepsilon(p)} = \dots\dots\dots$$

**B.28** Pour cette valeur de  $\tau_i$ , déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée  $H_4(p)$  sous forme canonique.

.....  
 .....

$$H_4(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{\dots\dots\dots}{1 + \dots\dots\dots}$$

**B.29** Conclure quant à la stabilité du système en le justifiant.

.....

**B.30** Déterminer les erreurs statiques unitaires de position  $\varepsilon_p(\infty)$  et de vitesse  $\varepsilon_v(\infty)$  en fonction de  $K_p$ .

.....  
 .....

**B.31** Quelle condition doit-on imposer sur  $K_p$  pour avoir  $\varepsilon_v(\infty) < 10\%$  ?

.....  
 .....  
 .....

**B.32** Déterminer la fonction de transfert du système sous forme canonique  $H_5(p)$ .

.....  
 .....

$$H_5(p) = \frac{F(p)}{\theta_c(p)} = \frac{\dots \dots \dots}{1 + \dots \dots \dots}$$

**B.33** Déduire les expressions de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement en fonction de  $K_p$ , ainsi que l'expression et la valeur numérique du gain.

$\omega_0 =$  .....

$\xi =$  .....

$K_5 =$  ..... AN:  $K_5 =$  .....

**B.34** On souhaite avoir une réponse en effort de serrage qui soit la plus rapide sans dépassement. Déterminer dans ces conditions la valeur de  $K_p$ .

.....  
 .....

**B.35** En utilisant l'abaque de la **Figure 09**, déterminer les temps de réponse à 5% pour que  $K_p$  vérifie une réponse en effort sans dépassement avec une erreur de vitesse inférieure à 10%.

.....  
 .....

.....  
 .....

.....  
 .....

.....  
 .....

**B.36** Conclure quant au cahier des charges exigées.

.....  
 .....

**B.37** L'hypothèse de négliger la constante de temps la plus petite est-elle justifiée ?

.....  
 .....