Montrer que ces expressions sont en accord avec la symétrie du problème.

Q14. Définir la zone de rayonnement du dipôle et déduire les expressions des champs électrique et magnétique simplifiées dans cette zone. Décrire la structure de l'onde rayonnée.

Q15. Déterminer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M,t)$, ainsi que sa valeur moyenne temporelle.

Q16. Montrer que l'intensité du rayonnement définie par $I(M)=\left\langle\left\|\vec{\Pi}(M,t)\right\|\right\rangle$, s'écrit sous la forme : $I(r,\theta)=I_0(r)\sin^2\theta$; $I_0(r)$ est une fonction à déterminer. Représenter le diagramme du rayonnement dipolaire. Déterminer la puissance moyenne totale rayonnée par le dipôle.

L'interaction d'un champ électrique variable avec la matière, induit des dipôles électriques oscillants. Le rayonnement de ces dipôles redistribue alors le signal incident. On étudie l'interaction d'une onde électromagnétique incidente plane de champ électrique $\vec{E}_i = E_0 e^{i(\omega t-kx)}\vec{u}_z$ avec un milieu dilué (de faible densité de particules), non magnétique ($\mu = \mu_0$), linéaire, homogène et isotrope. Chaque électron d'un atome, de masse m, de charge $q=-e$ est repéré par rapport au noyau par $z=z_0e^{i\omega t}$.

Q17. Montrer que dans le cadre de l'approximation non relativiste, l'effet du champ magnétique est négligeable devant celui du champ électrique.

Q18. En adoptant le modèle de l'électron élastiquement lié, l'équation du mouvement de l'électron s'écrit en notation complexe :

$$m\ddot{z}+m\Gamma\dot{z}+m\omega_0^2 z=-eE_0e^{i\omega t}$$

Γ est une constante positive, $\dot{z}$ et $\ddot{z}$ étant respectivement la dérivée première et seconde de z par rapport au temps.
Interpréter les différents termes de cette équation.

Q19. Déterminer la solution de cette équation en régime forcé. En déduire l'amplitude complexe du moment dipolaire induit et le mettre sous la forme $p_0=\alpha(\omega)\varepsilon_0E_0$; $\alpha(\omega)$ est la polarisabilité complexe à la pulsation ω.

Q20. En déduire la puissance moyenne totale rayonnée par le dipôle oscillant P. Montrer que P est proportionnelle au flux surfacique incident Φ_0 :

$$P=\sigma(\omega)\Phi_0 \quad \text{où} \quad \sigma(\omega)=\frac{1}{6\pi}\left(\frac{\omega}{c}\right)^4\left|\alpha(\omega)\right|^2$$

Le coefficient de proportionnalité $\sigma(\omega)$ représente la section efficace de diffusion totale.

Q21. Pour les radiofréquences, l'infrarouge et la lumière visible, la pulsation ω est très faible devant ω_0. Déterminer dans ce cas, la variation de la section efficace σ en fonction de ω. En déduire une interprétation de la couleur bleue du ciel.

Q22. Dans le domaine des rayons X, la pulsation ω est très grande devant ω_0. Donner l'expression de la section efficace. Commenter.

Q23. Tracer l'allure de la variation de σ en fonction ω.

REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2023

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المناظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2023

Concours Technologie
Epreuve de Physique

Date : 05 Juin 2023	Heure : 8 H00	Durée : 4 H	Nbre pages : 8

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.
Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le candidat.
Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
L'épreuve comporte trois problèmes indépendants.

Première partie : Dipôle électrique et moment dipolaire

Des expériences physico-chimiques montrent que les corps neutres peuvent interagir via des forces de nature électrique, dites dipolaires. Dans cette partie, nous étudions le dipôle électrique sous différents aspects.

Dipôle électrostatique

On considère un dipôle électrostatique constitué par deux charges ponctuelles fixes $-q$ et $+q$ situées respectivement aux points A et B distantes de a (*figure 1*), a et q étant des quantités positives.

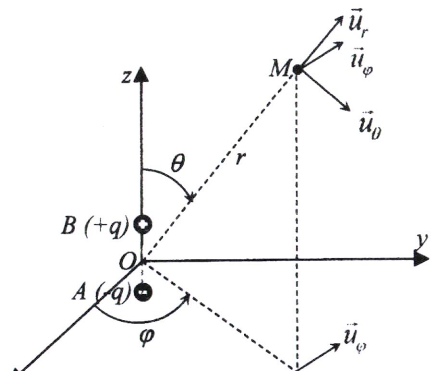

Figure 1

Q1. Donner l'expression du moment dipolaire électrique $\vec{p}$ en fonction de q, a et $\vec{u}_z$. Montrer que l'étude du dipôle peut se faire dans le plan méridien $(M,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$.

Q2. Donner l'expression du potentiel électrostatique créé par le dipôle en un point M en fonction de q, a, la permittivité diélectrique du vide ε_0, $r_B=\left\|\overrightarrow{BM}\right\|$ et $r_A=\left\|\overrightarrow{AM}\right\|$. Montrer que le potentiel électrostatique en un point $M(r,\theta)$, s'écrit dans le cadre de l'approximation dipolaire $(r>>a)$ sous la forme $V(M)=\dfrac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0r^2}$.

Q3. En déduire les composantes du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par ce dipôle en coordonnées sphériques. Montrer que celui-ci peut se mettre sous la forme vectorielle :

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0r^3}\left(3(\vec{p}.\vec{u}_r)\vec{u}_r-\vec{p}\right).$$

Comparer l'évolution de ce champ dans l'espace à celle d'un champ coulombien créé par une charge ponctuelle.

On donne le gradient en coordonnées sphériques d'une fonction f :

$$\overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

Q4. Déterminer les équations polaires des surfaces équipotentielles et des lignes de champ. Tracer dans un plan méridien, l'allure des lignes de champ et des équipotentielles.

Polarisation par orientation

La configuration géométrique de la molécule d'eau est représentée sur la figure 2. La différence d'électronégativité entre l'atome d'oxygène et l'atome d'hydrogène fait que les électrons des liaisons covalentes OH de la molécule d'eau sont attirés plus par l'atome d'oxygène. Tout se passe comme si l'atome d'oxygène portait une fraction de charges négative (-2δ) et chaque atome d'hydrogène portait une fraction de charges positive ($+\delta$). La molécule d'eau est dite polaire.

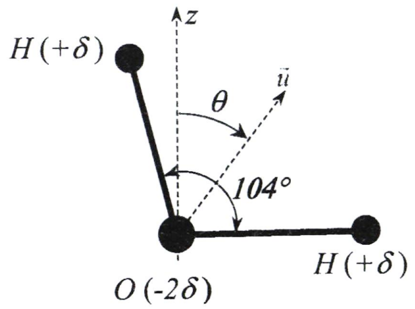

Figure 2

Q5. Montrer que la molécule d'eau possède un moment dipolaire permanent $\vec{p} = p_0\vec{u}$ $\left(\|\vec{u}\| = 1\right)$.

Placée dans un champ électrique stationnaire $\vec{E}(M) = E_0(M)\vec{u}_z$, une molécule d'eau subit l'action de forces de nature électrique. L'énergie potentielle d'interaction de la molécule d'eau avec le champ électrique est donnée par : $W_p = -\vec{p}.\vec{E}(M) = -p_0E_0(M)\cos\theta$; θ est l'angle que fait le moment dipolaire $\vec{p}$ avec le champ électrique $\vec{E}(M)$.

Q6. Quelles sont les effets mécaniques du champ électrique sur la molécule d'eau ? Expliquer le fait qu'un filet d'eau pure soit attiré par une règle en plastique frottée sur un tissu de laine. Y a-t-il une déviation d'un filet d'eau entre les armatures d'un condensateur plan ? Justifier votre réponse.

On considère dans la suite une enceinte fermée contenant de la vapeur d'eau à une température constante T. À l'intérieur de l'enceinte règne un champ électrique stationnaire et uniforme $\vec{E} = E_0\vec{u}_z$.

En absence de champ électrique, les dipôles électriques des molécules d'eau s'orientent dans toutes les directions d'une façon aléatoire sous l'effet de l'agitation thermique. Par application d'un champ électrique stationnaire et uniforme $\vec{E} = E_0\vec{u}_z$, les dipôles des molécules tendent à s'orienter dans la direction du champ. Il s'établit un équilibre statistique entre l'effet des forces électriques et celui de l'agitation thermique.

On suppose dans la suite, que le module du moment dipolaire d'une molécule d'eau soit constant. La probabilité pour que le moment dipolaire d'une molécule soit orienté dans une direction comprise entre θ et $\theta + d\theta$ s'écrit :

$$d\mathcal{P} = C\exp\left(\frac{p_0E_0}{k_BT}\cos\theta\right)d\Omega$$

avec $d\Omega = 2\pi\sin\theta\, d\theta$, k_B est la constante de Boltzmann et C est une constante.

Q7. Que représente le terme $\exp\left(\frac{p_0E_0}{k_BT}\cos\theta\right)$?

Q8. Donner la condition de normalisation. En déduire la constante de normalisation C. On pose $u = \frac{p_0E_0}{k_BT}$ et $t = u\cos\theta$.

Q9. Montrer alors que la composante moyenne du moment dipolaire selon (Oz) s'écrit sous la forme : $\langle p_z \rangle = p_0\, L(u)$; $L(u) = \coth(u) - \frac{1}{u}$ est la fonction de Langevin.

Q10. On note n le nombre de molécule d'eau par unité de volume.

- Déterminer le moment dipolaire par unité de volume p_v.
- Etudier le cas des basses températures. Commenter.
- Montrer que dans le cas des hautes températures, le moment dipolaire par unité de volume se réduit à : $p_v = \frac{\beta}{T}$ où β est une constante à déterminer. Commenter.

On donne : $\coth(u) = \frac{1}{u} + \frac{u}{3}$ au voisinage de zéro.

Q11. Tracer l'allure de la courbe de variation du moment dipolaire volumique p_v en fonction de u.

Rayonnement dipolaire - Diffusion d'un rayonnement

Nous étudions dans cette partie la production d'une onde électromagnétique par un dipôle électrique oscillant. Cette étude permet de comprendre les aspects de la diffusion d'un rayonnement par un atome. On considère le système de deux charges ponctuelles $-q$ et $+q$ (*Figure 1*). La charge $-q$ est désormais fixe à l'origine O, la charge $+q$ est située en un point S mobile sur l'axe Oz tel que $\overline{OS} = a\cos(\omega t)$; a et ω représentent respectivement l'amplitude et la pulsation des oscillations.

Le système constitue un dipôle électrique oscillant qui crée une onde électromagnétique de pulsation ω en un point M repéré par les coordonnées sphériques (r,θ,φ) ; $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$ désignent les vecteurs unitaires associés. On suppose que la distance $r = \left\|\overrightarrow{OM}\right\|$ est très grande devant a.

Q12. Sachant que la charge $+q$ est animée d'un mouvement non relativiste, quelle est l'approximation satisfaite par la longueur d'onde λ de l'onde émise par le dipôle oscillant ?

Q13. Les expressions des vecteurs champ électrique et magnétique de l'onde créée par le dipôle en un point $M(r,\theta,\varphi)$ sont :

$$\begin{cases} \vec{E}(M,t) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(2\cos\theta\left(\dfrac{p}{r^3} + \dfrac{\dot{p}}{r^2c}\right)\vec{u}_r + \sin\theta\left(\dfrac{p}{r^3} + \dfrac{\dot{p}}{r^2c} + \dfrac{\ddot{p}}{rc^2}\right)\vec{u}_\theta\right) \\ \vec{B}(M,t) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\sin\theta\left(\dfrac{\dot{p}}{r^2} + \dfrac{\ddot{p}}{rc}\right)\vec{u}_\varphi \end{cases}$$

p, $\dot{p}$ et $\ddot{p}$ dépendent de la variable $\left(t - \frac{r}{c}\right)$; $\dot{p}$ et $\ddot{p}$ désignent respectivement la dérivée première et seconde par rapport au temps du moment dipolaire p.